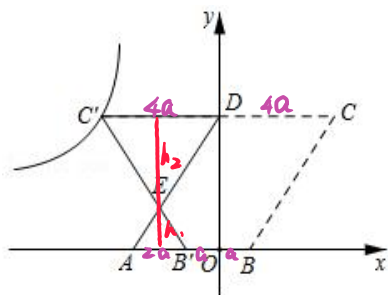


2022 春季数学压轴每日一练（六）

2021 工业园区一校

10. 如图， $\square ABCD$ 的边 AB 在 x 轴上，顶点 C 在第一象限，顶点 D 在 y 轴的正半轴上．将四边形 $OBCD$

沿 y 轴翻折后，点 B 落在点 B' 处，点 C 落在函数 $y = \frac{k}{x}$ 图象上的点 C' 处， $B'C'$ 与 AD 相交于点 E ．若 $\underline{AB' = 2OB'}$ ， $\triangle AB'E$ 的面积为 1，则 k 的值为（A）



翻折
 $\therefore OB' = OB, C'D = CD$
 $\therefore AB' = 2OB'$
 $\therefore AB' = 2OB' = 2OB$
 设 $OB' = OB = a$
 则 $AB' = 2a$
 $C'D = CD = 4a$

$\triangle C'DE \sim \triangle B'AE$
 $\therefore \frac{C'D}{AB'} = \frac{h_2}{h_1} = \frac{4a}{2a} = 2$
 $\therefore h_2 = 2h_1$
 $S_{\triangle AB'E} = \frac{1}{2} \cdot AB' \cdot h_1$
 $= \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot h_1 = 1$
 $\therefore ah_1 = 1$
 $|k| = C'D \times (h_1 + h_2)$
 $= 4a \times (h_1 + 2h_1)$
 $= 12ah_1 = 12$

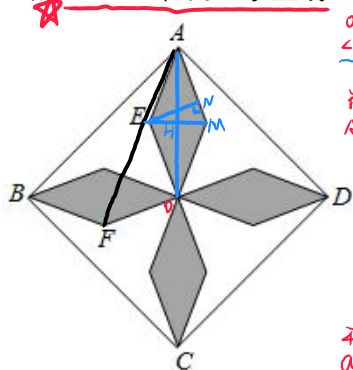
A. - 12

B. - 15

C. - 24

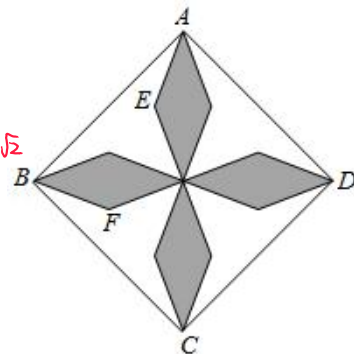
D. - 30

18. 如图，是小明家客厅地面铺设的瓷砖图案，其中四边形 $ABCD$ 是正方形，阴影部分是四个全等的菱形，且点 A, E, F 在同一条直线上．已知菱形较短的对角线长为 20cm ，则正方形 $ABCD$ 的面积为 $(2400 + 1600\sqrt{2})\text{cm}^2$ ．



$OE = OF, OE \perp OF$
 $\angle EOM = \angle FOM = 45^\circ$
 设 $AN = EN = a$
 $AE = EO = OF = \sqrt{2}a$
 $EF = 2a$
 等积
 $AH \cdot EM = EN \cdot AM$
 $20 \cdot a \cdot \sqrt{2}a$
 $AH = \frac{\sqrt{2}}{20}a^2$
 $AH^2 + EH^2 = AE^2$
 $\frac{2}{400}a^4 + 100 = 2a^2$
 $a^4 - 400a^2 + 20000 = 0$
 $\therefore a^2 = 200 + 100\sqrt{2}$

$\therefore AH = 10\sqrt{2} + 10$
 $\therefore AD = 20\sqrt{2} + 20$
 $\therefore AB = 40 + 20\sqrt{2}$
 $\therefore S = (40 + 20\sqrt{2})^2$
 $= 2400 + 1600\sqrt{2}$

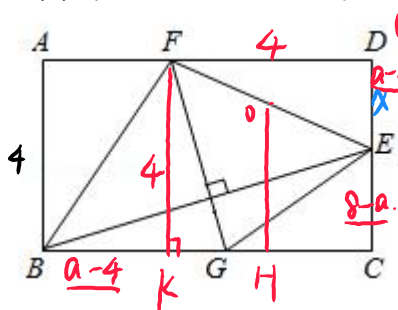


27. 如图，已知矩形 $ABCD$ 中， $AB = 4$ ， $BC = a$ ，点 E 在边 CD 上， BE 的垂直平分线分别与边 AD 、 BC 相交于点 F 、 G ．

(1) 若四边形 $BGEF$ 能够成为菱形，则 a 必须满足的条件是 $a \geq 4$ ；

(2) 若 $a = 6$ ，求 AF 的最小值；

(3) 若经过点 D, E, F 的圆能够与直线 BF, BC 同时相切，求 a 的值．



(1) 若四边形 $BGEF$ 是菱形
 则 $EF \parallel BG$ ，此时 E, D 重合．
 此时 $BF = EF = BG = EG \geq 4$
 $\therefore a = BC \geq 4$

(2) 设 $DE = x$ ．
 $\therefore FG$ 垂直平分 BE
 $\therefore BF = EF$
 $\therefore AB^2 + AF^2 = BF^2 = EF^2 = DF^2 + DE^2$
 即 $16 + AF^2 = (6 - AF)^2 + x^2$
 $\therefore AF = \frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{3} \geq \frac{5}{3}$
 $\therefore AF$ 的最小值为 $\frac{5}{3}$

勾股
 $16 + (a - 4)^2 = (12 - a)^2$
 解得 $a = 7$

(3) 设 $\triangle DEF$ 的外接圆 O ，切 BC 于点 H ，则切 BF 于点 F ，过点 F 作 $FK \perp BC$

$\therefore OH \perp BC, OH = OF = \frac{1}{2}EF$
 $\therefore FG$ 垂直平分 BE
 $\therefore BF = EF$
 \therefore 四边形 $ABCD$ 是矩形， $FK \perp BC$
 $\therefore \angle C = \angle ADC = \angle FKC = 90^\circ$
 \therefore 四边形 $CDFK$ 是矩形
 $\therefore \angle DFK = 90^\circ = \angle EFB$
 $\therefore \angle DFE = \angle KFB$
 $\therefore \triangle DEF \cong \triangle KBF$ (AAS)
 $\therefore DF = FK = CD = 4, DE = BF = AF = a - 4$
 $\therefore CE = CD - DE = 8 - a$
 $\therefore FK \perp BC, OH \perp BC, CE \perp BC$
 $\therefore FK \parallel OH \parallel CE$
 $\therefore OH = \frac{1}{2}(CE + FK) = 6 - \frac{1}{2}a$
 $\therefore EF = 2OH = 12 - a$

(3) 思路：勾股
 $\triangle FBK \cong \triangle FDE$

用 FK, EC 表示 $OH = 6 - \frac{1}{2}a$
 $EF = 12 - a$

勾股求出 a ．

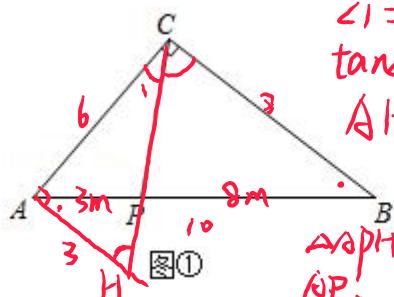
28. 【理解概念】

分别经过两个不相似的直角三角形的直角顶点的两条直线，把这两个直角三角形分别分成两个小三角形，当一个直角三角形中的一个小三角形与另一个直角三角形中的一个小三角形相似时，另外两个小三角形也相似，则称这样的两条直线叫做这两个直角三角形的相似分割线。

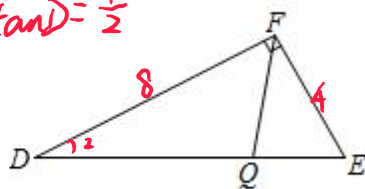
【巩固新知】

(1) 已知：如图①、②，在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中， $\angle ACB = \angle DFE = 90^\circ$ ， $\angle ACP = \angle D$ ， $\angle DFQ = \angle A$ 。

① 求证：CP、FQ 分别是 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 的相似分割线；
② 若 $AC = 6$ ， $BC = 8$ ， $DF = 8$ ， $EF = 4$ ，求 AP 的长。



$$\begin{aligned} \angle 1 &= \angle 2 \\ \tan \angle ACP &= \tan D = \frac{1}{2} \\ AH &= 3 \end{aligned}$$



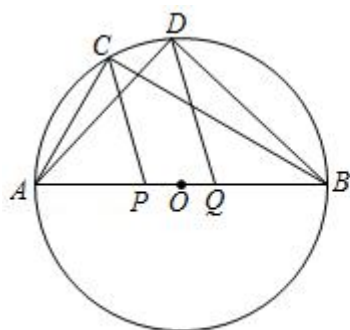
图②

【拓展提高】

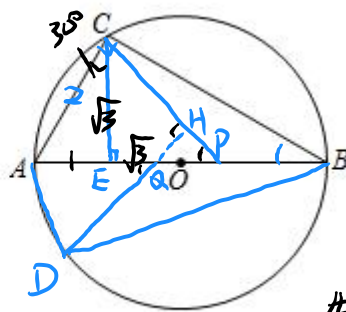
(2) 如图③，AB 为 $\odot O$ 的直径，点 C、D 在 $\odot O$ 上，CP、DQ 分别是 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ABD$ 的相似分割线，且 $\triangle ACP \sim \triangle DAQ$ 。

① 若点 P 是 AB 的黄金分割点，则点 Q 是否也是 AB 的黄金分割点？说明理由。

② 若 $\angle ABC = 30^\circ$ ， $AC = 2$ 。当 $CP \perp DQ$ 时，直接写出 AP 的长。



图③



备用图

$$\begin{aligned} \frac{AP}{PB} &= \frac{PB}{AB} = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \\ \frac{AQ}{QB} &= \frac{QB}{AB} = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \end{aligned}$$

先把图画出来比较重要

(2) ① 解： $\because \triangle ACP \sim \triangle DAQ$

$$\therefore \frac{AP}{DQ} = \frac{CP}{AQ} \quad ①$$

且 $\angle ACP = \angle DAQ$ ， $\angle CAP = \angle ADQ$

$\because AB$ 是直径

$$\therefore \angle ACB = \angle ADB = 90^\circ$$

$$\therefore \angle ACP + \angle BCP = 90^\circ, \angle DAQ + \angle DBQ = 90^\circ$$

$$\therefore \angle BCP = \angle DBQ$$

同理 $\angle CBP = \angle BDQ$

$$\therefore \triangle BCP \sim \triangle BDQ$$

$$\therefore \frac{BP}{DQ} = \frac{CP}{BQ} \quad ②$$

$$\therefore ① \div ②, \frac{AP}{BP} = \frac{BQ}{AQ}$$

\therefore 若 P 是 AB 的黄金分割点，则 Q 也是...

② $\triangle ACP \sim \triangle DAQ$

$$\angle APC = \angle DQA$$

$$\angle APC + \angle DQA = 90^\circ$$

$$\angle APC = \angle DQA = \angle ECP = 45^\circ$$

$\triangle CEP$ 是等腰直角

$$AP = 1 + \sqrt{3}$$