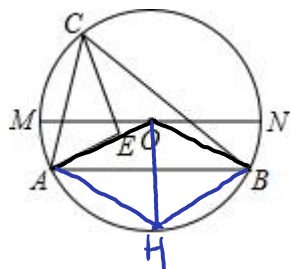


2022 春季数学压轴每日一练 (十八) 交点、想双内角平分线模型。

2020 太仓二模

双角平分线出现时想内心、想角平分线

1. 如图, MN 是 $\odot O$ 的直径, 弦 $AB \parallel MN$, 点 C 是直径 MN 上方半圆上的动点 (包括端点 M, N), $\angle ACB = 60^\circ$, $\angle ACB$ 和 $\angle CAB$ 的平分线相交于点 E , 当点 C 从点 M 运动到点 N 时, 则 C, E 两点的运动路径长的比值是 (C)



内心 (三角平分线交点)
定弦 + 定角
 AB $\angle C = 60^\circ$
 $\angle AEB = 120^\circ$

设 $r=1$ (贝武值而不用设参, 减为如数)
 $AB = \sqrt{3}$. 则 C 的轨迹: 圆 $O, r=1, n=180^\circ$
 E 的轨迹: 圆 $H, r=1, n=90^\circ$

$$l = \frac{n\pi r}{180}$$

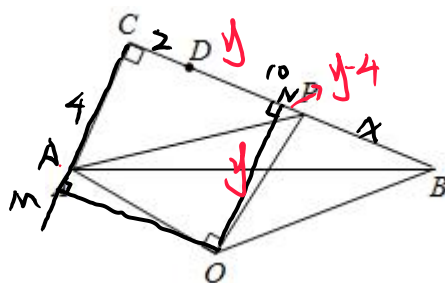
A. $\sqrt{2}$

B. $\frac{3}{2}$

C. 2

D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

2. 如图, $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 4cm$, $BC = 10cm$, 点 D 是 BC 边上一点, $CD = 2cm$, 点 P 是线段 DB 上的动点, 连接 AP , 以 AP 为斜边在 AP 的下方作等腰 $Rt\triangle AOP$. 连接 BO , 当 P 从点 D 出发运动至点 B 停止的过程中, $\triangle BOP$ 面积的最大值等于 $\frac{49}{4} cm^2$.



对角互补 + 邻边相等

作双垂 \rightarrow 得全等

$$\triangle AOM \cong \triangle PON$$

设 $ON = OM = CN = CM = y$
 $2y - 4 = 10 - x \rightarrow$

$$y = 7 - \frac{1}{2}x$$

$$ON = 7 - \frac{1}{2}x$$

$$S_{\triangle BOP} = \frac{1}{2} \cdot x \cdot (7 - \frac{1}{2}x)$$

求最值

3. 如图 1, AB 是 $\odot O$ 的直径, C, D 为 $\odot O$ 上不同于 A, B 的两点, 连接 AC, CD, BD , 且 $\angle ABD = 2\angle D$, 过点 C 作 $CE \perp DB$, 垂足为 E , 直线 AB 与 CE 相交于点 F .

(1) 求证: CF 是 $\odot O$ 的切线; 见切线连切点,

(2) 若 $BF = 5$, $\cos \angle ACD = \frac{3}{5}$.

① 求直径 AB 的长;

② 如图 2 所示, 连接 OC, OD, BC , 直接写出 $\triangle ABC$ 的面积与四边形 $OCBD$ 的面积比值 $\frac{10}{11}$.

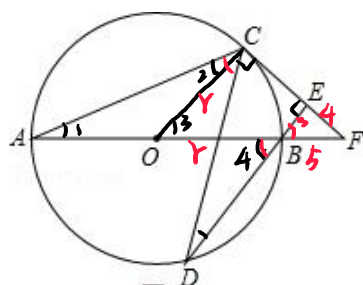


图1

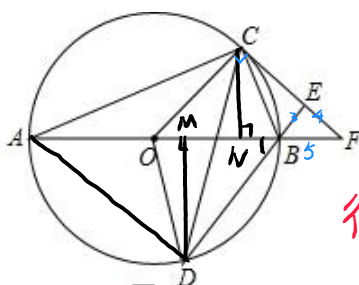


图2

$$S_{\triangle ABC} = 2 S_{\triangle OBC} = 10$$

本质 =

$$S_{\square} = 11$$

得出 $\frac{S_{\triangle OCB}}{S_{\triangle OBD}}$ 再转化 $\frac{30}{36} = \frac{5}{6}$

共底 \rightarrow 作高

$CN \rightarrow$ 等积 $OF = \frac{25}{2}, CF = 10$

$$OC \times CF = CN \times OF$$

$$\frac{3}{2} \times \frac{15}{2} \times 10 = \frac{25}{2} \times CN$$

$$CN = 6$$

$MD \rightarrow$ 等积 $AB = 15, AD = 12, BD = 9$

$$MD = \frac{3 \times 12}{\frac{15}{5}} = \frac{36}{5}$$

(1) 证明: 连接 OC .

$$\because OA = OC$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2$$

$$\text{又} \because \angle 3 = \angle 1 + \angle 2$$

$$\therefore \angle 3 = 2\angle 1$$

$$\text{又} \because \angle ABD = 2\angle CDB$$

$$\therefore \angle 4 = 2\angle 1$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 3$$

$$\therefore OC \parallel DB$$

$$\because CE \perp DB$$

$$\therefore OC \perp CF$$

$$\text{又} \because OC \text{ 为 } \odot O \text{ 的半径}$$

$$\therefore CF \text{ 为 } \odot O \text{ 的切线}$$

(2) 简写

$$\angle ACD = \angle ABD = \angle EBF$$

$$BE = 3, EF = 4$$

$$\triangle BEF \sim \triangle OCF$$

$$\frac{5}{5+r} = \frac{3}{r}$$

$$r = \frac{15}{2}$$

$$AB = 15$$

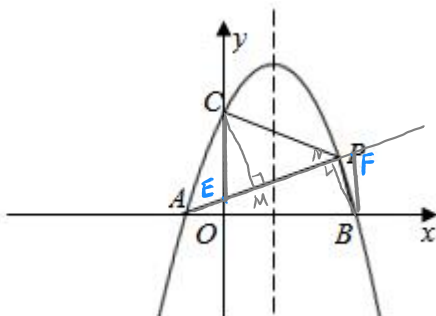
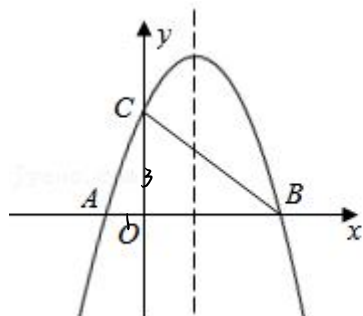
4. 如图, 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + 3$ ($a \neq 0$) 与 x 轴相交于 A, B 两点, 点 A 坐标为 $(-1, 0)$, 抛物线的对称轴是直线 $x = \frac{3}{2}$.

(1) 求抛物线的解析式; $y = -\frac{3}{4}x^2 + \frac{9}{2}x + 3$

(2) 点 P 是 y 轴右侧抛物线图象上的一动点, 设点 P 的横坐标为 t .

① 是否存在这样的点 P , 使得 $\angle PCB = \angle ACO$? 若存在, 求出 t 的值; 若不存在, 请说明理由;

② 若该动点 P 在第一象限内, 连接 AP, BP, CP , 当 $\frac{S_{\triangle ACP}}{S_{\triangle ABP}} = 2$ 时, 求 t 的值.



① $\tan \angle ACO = \frac{1}{3}$

等角处理 (略, 自己完成)

$t = \frac{31}{9}$ 或 $\frac{133}{27}$

② 面积比转化为线段比.

(共边三角形)

$$\frac{S_{\triangle ACP}}{S_{\triangle ABP}} = \frac{CM}{BN} = \frac{CE}{BF} = 2$$

$A(-1, 0)$ 设 $AP: y = kx + k$.

$\therefore y = kx + k$.

$E(0, k), F(4, 5k)$

$$\frac{3-k}{5k} = 2 \rightarrow k = \frac{3}{11}$$

$\therefore AP: y = \frac{3}{11}(x+1)$

$$\begin{cases} y = \frac{3}{11}(x+1) \\ y = -\frac{3}{4}x^2 + \frac{9}{2}x + 3 \end{cases}$$

$$y = -\frac{3}{4}x^2 + \frac{9}{2}x + 3$$

解得 $\begin{cases} x = \frac{40}{11} \\ y = \frac{153}{121} \end{cases}$

$\therefore t = \frac{40}{11}$