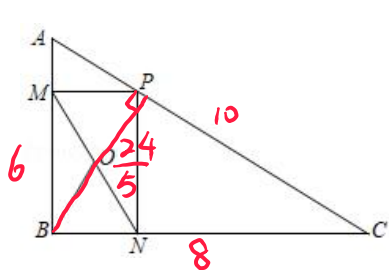


2022 春季初二下数学压轴每日一练（二）

2021 青云中学3月月考卷

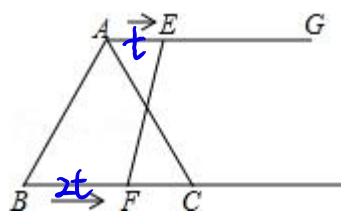
1. 如图，点 P 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中斜边 AC （不与 A, C 重合）上一动点，分别作 $PM \perp AB$ 点 M ，作 $PN \perp BC$ 点 N ，点 O 是 MN 的中点，若 $AB=6$ ， $BC=8$ ，当点 P 在 AC 上运动时，则 BO 的最小值是 $\frac{12}{5}$ 。



矩形 $BO = \frac{1}{2}BP$
 $\min \rightarrow \min$

BP 何时最小?
 垂线段最短 $(BP)_{\min} = \frac{24}{5}$
 $(BO)_{\min} = \frac{12}{5}$

2. 如图，在等边三角形 ABC 中， $BC=6\text{cm}$ ，射线 $AG \parallel BC$ ，点 E 从点 A 出发沿射线 AG 以 1cm/s 的速度运动，点 F 从点 B 出发沿射线 BC 以 2cm/s 的速度运动。如果点 E, F 同时出发，设运动时间为 t (s) 当 $t =$ 2 或 6 s 时，以 A, C, E, F 为顶点四边形是平行四边形。



$AE=t, BF=2t$

$AE \parallel FC \rightarrow AE=FC$ 即可

$AE=t$

$FC=6-2t$ 或 $2t-6$

$$\begin{aligned} t-6-2t & \quad | \quad t=2t-6 \\ 3t-6 & \quad t=6 \\ t=2 & \end{aligned}$$

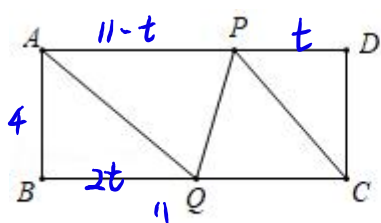
2021 新区实验3月月考卷

3. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB=4\text{cm}$ ， $BC=11\text{cm}$ ，点 P 从点 D 出发向终点 A 运动；同时点 Q 从点 B 出发向终点 C 运动。当 P, Q 两点其中有一点到达终点时，另一点随之停止，点 P, Q 的速度分别为 1cm/s ， 2cm/s ，连接 PQ, AQ, CP 。设点 P, Q 运动的时间为 t (s)。

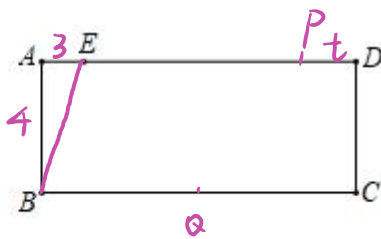
分析：只要保证 $ABQP$ 是 \square 。
 + 垂直 \rightarrow 即可得矩形

(1) 如图 (1)，当 t 为何值时，四边形 $ABQP$ 是矩形？

(2) 如图 (2)，若点 E 为边 AD 上一点，当 $AE=3\text{cm}$ 时，四边形 $EQCP$ 可能为菱形吗？若能，请求出 t 的值；若不能，请说明理由。



图(1)



图(2)

(1) 若四边形 $ABQP$ 是矩形，则 $AP=BQ$ ，
 $\therefore 11-t=2t$
 解得： $t=\frac{11}{3}$
 故当 $t=\frac{11}{3}$ 时，四边形 $ABQP$ 是矩形。

(2) $PE=8-t, CQ=11-2t, CP^2=16+t^2$
 若四边形 $EQCP$ 是菱形
 则 $PE=CQ=CP$
 $\therefore t^2+16=(8-t)^2=(11-2t)^2$
 解得 $t=3$
 故当 $t=3$ 时，四边形 $EQCP$ 为菱形。

4. 如图, 在平面直角坐标系中, 四边形 $OABC$ 是矩形, 点 A, C 的坐标分别为 $(6, 0), (0, 2)$. 点 D 是线段 BC 上的一个动点 (点 D 与点 B, C 不重合), 直线 $l: y = \frac{x}{k} + 5$ 过点 D 并与折线 $O-A-B$ 交于点 E , 设 $\triangle ODE$ 的面积为 S , 回答下列问题:

(1) 当直线 l 过点 A 时, 求 k 的值.

(2) 如图 2, 当点 E 在线段 OA 上时, 矩形 $OABC$ 关于直线 DE 对称的图形为矩形 $O'A'B'C'$, 线段 $C'B'$ 与线段 OA 交于点 H , 线段 $O'A'$ 与线段 CB 交于点 G , 得到菱形 $DHEG$. 求菱形 $DHEG$ 面积的最大值.

(3) 在点 D 运动的过程中, 直接写出 S 与 k 的函数关系式; 并求出当 k 为何值时, (2) 中菱形 $DHEG$ 的面积与 S 相等.

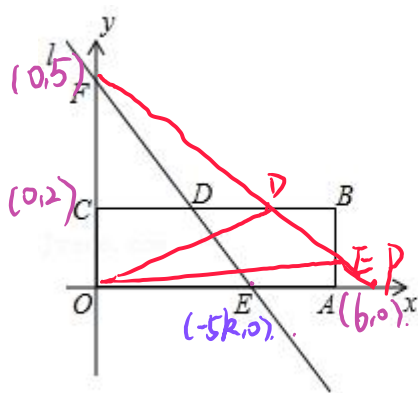


图1

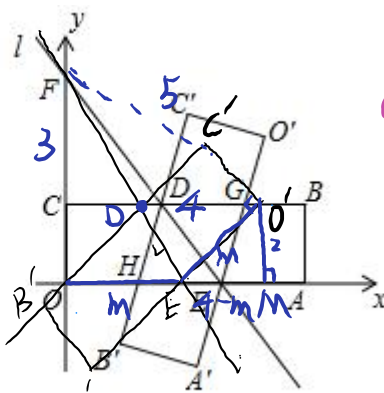


图2

当 E 在 OA 上时, 即 $-\frac{6}{5} \leq k < 0$ 时

(3) 令 $y=0$, 则 $y = \frac{x}{k} + 5 = 0, x = -5k$.

$$S = \frac{1}{2} \times (-5k) \times 2 = -5k.$$

当 E 在 AB 上时即 $-2 < k < -\frac{6}{5}$ 时.

$$\text{当 } x=6 \text{ 时, } y = \frac{6}{k} + 5 = \frac{6}{k} + 5.$$

$$E(6, \frac{6}{k} + 5), P(-5k, 0)$$

$$\begin{aligned} S_{\triangle ODE} &= S_{\triangle ODP} - S_{\triangle EOP} \\ &= \frac{1}{2} \times (-5k) \times (2 - \frac{6}{k} - 5) \\ &= \frac{1}{2} \times (-5k) \times (-\frac{6}{k} - 3) \\ &= \frac{15}{2}k + 15. \end{aligned}$$

$$\therefore y = \begin{cases} -5k & (-\frac{6}{5} \leq k < 0) \\ \frac{15}{2}k + 15 & (-2 < k < -\frac{6}{5}) \end{cases}$$

(1) 将 $A(6,0)$ 代入得.

$$\frac{6}{k} + 5 = 0 \rightarrow k = -\frac{6}{5}$$

(2) 当 H 与 O 重合时, 菱形 $DHEG$ 面积最大.

\therefore 对称

$$\therefore \triangle FCD \cong \triangle FC'D$$

$$\therefore \angle FCD = \angle FC'D = 90^\circ, FD = 5.$$

$\therefore F, C', O'$ 三点共线.

在 $Rt\triangle FCO'$ 中, $FC=3, FO'=5$.

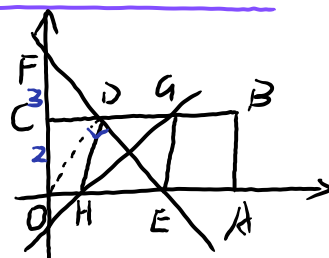
$$\therefore CO' = 4.$$

过 O' 作 $O'M \perp OA$.

设 $OE = O'E = m$, 设 $EM = 4 - m$.

$$(4 - m)^2 + 4 = m^2, m = \frac{5}{2}$$

$$\therefore (S_{\text{菱}})_{\max} = \frac{5}{2} \times 2 = 5.$$



设 $CD = m$

$$\therefore S_{\triangle ODE} = S_{\text{菱} DHEG}$$

$$\therefore OH = HE = DH$$

$$\therefore \angle ODE = 90^\circ \therefore DF^2 + OD^2 = OF^2$$

$$\therefore DF^2 = 9 + m^2, OD^2 = 4 + m^2$$

$$\therefore 9 + m^2 + 4 + m^2 = 25$$

$$\therefore m^2 = 6.$$

$$\therefore m > 0$$

$$\therefore m = \sqrt{6}$$

$$\therefore D(\sqrt{6}, 2)$$

$$\text{代入 } y = \frac{x}{k} + 5.$$

$$\text{得 } k = -\frac{\sqrt{6}}{3}$$