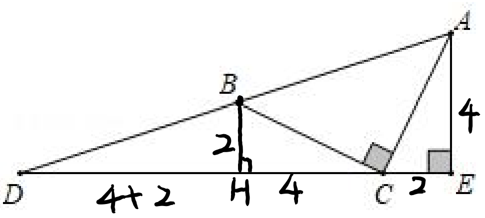
2022 春季数学压轴每日一练（二十一）

2020 常熟吴江二模

10．如图，△*ABC* 中，∠*ACB*＝90°，*AC*＝*BC*，点 *D* 在 *AB* 的延长线上，且 *BD*＝*AB*，连接 *DC* 并延长，作 *AE*⊥*CD* 于 *E*，若 *AE*＝4，则△*BCD* 的面积为（ B ）



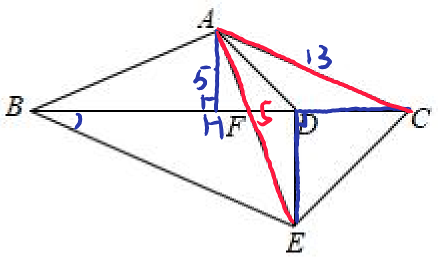
① B是中点，作垂直后平行→中位线

② AC=BC，∠ACB=90°→等腰直角（K型全等）

$S_{\triangle BCD}=\frac{1}{2}\times 10\times 2=10$

A．8　　　　B．10 ✓　　　　C．$8\sqrt{2}$　　　　D．16

18．如图，△*ABC* 中，*AB*＝*AC*＝13，*BC*＝24，点 *D* 在 *BC* 上（*BD*＞*AD*），将△*ACD* 沿 *AD* 翻折，得到△*AED*，*AE* 交 *BC* 于点 *F*．当 *DE*⊥*BC* 时，tan∠*CBE* 的值为 $\frac{7}{17}$．



翻折→AE=AC=13
→CD=DE

→隐含∠ADC=∠ADE=135°

∠ADF=45°

核心求CD

CD=12-5=7

DE=7 / BD=24-7=17

$\tan\angle CBE=\frac{7}{17}$

26．如图，*AB* 是⊙*O* 的直径，*AC* 是弦，点 *E* 在圆外，*OE*⊥*AC* 于 *D*，*BE* 交⊙*O* 于点 *F*，连接 *BD*，*BC*，*CF*，∠*BFC*＝∠*AED*．

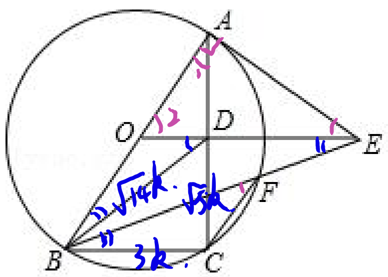
（1）求证：*AE* 是⊙*O* 的切线；

（2）求证：△*BOD*∽△*EOB*；

☆ ∠OBD=∠OEB 或 $OB^2=OD\cdot OE$

母子相似

（3）设△*BOD* 的面积为 S_1，△*BCF* 的面积为 S_2，若 $\tan\angle ODB=\frac{\sqrt{5}}{3}$，求 $\frac{S_1}{S_2}$ 的值．



(1) ∵OE⊥AC
∴∠1+∠2=90°
∵∠BFC=∠AED
∴∠2+∠AED=90°
∴∠OAE=90°
∵OA是半径
∴AE是⊙O的切线.

(2) ∵AD⊥OE
∴∠OAE=∠ODA=90°
∵∠AED=∠OAD
∴△AOD∽△EOA
∴$\frac{OA}{OE}=\frac{OD}{OA}$
∴$OA^2=OD\times OE$
∵OB=OA
∴$OB^2=OD\times OE$
∴$\frac{OB}{OD}=\frac{OE}{OB}$
又∵∠BOD=∠EOB
∴△BOD∽△EOB

(3) ∵AB是⊙O的直径
∴∠ACB=90°
∵OE⊥AC于点D
∴OE∥BC
∴∠ODB=∠DBC
∴在Rt△BCD中，
$\tan\angle ODB=\tan\angle DBC=\frac{DC}{BC}=\frac{\sqrt{5}}{3}$
设$CD=\sqrt{5}k$，$BC=3k$
∴$BD=\sqrt{14}k$
∵△BOD∽△EOB
∴∠OBD=∠OEB
∵OE∥BC
∴∠OEB=∠FBC
∴∠OBD=∠FBC
∵∠BAC=∠BFC
∴△ABD∽△FBC
∴$\frac{S_{\triangle ABD}}{S_2}=\left(\frac{BD}{BC}\right)^2=\frac{14}{9}$

∵O是AB的中点
∴$S_{\triangle ABD}=2S_1$
∴$\frac{S_1}{S_2}=\frac{7}{9}$

△ABD∽△FBC

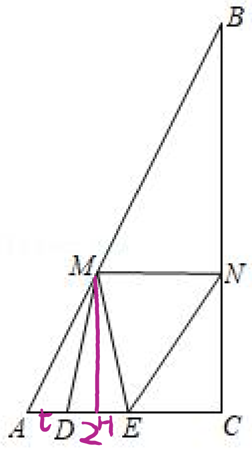
$\frac{2S_1}{S_2}=\left(\frac{BD}{BC}\right)^2=\frac{14}{9}$

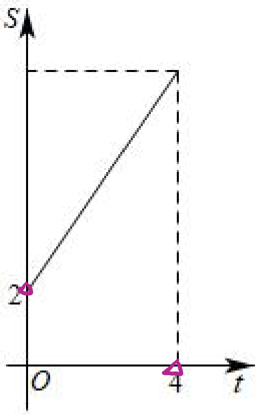
27．如图①，△ABC 中，$\angle ACB=90°$，点 D 从点 A 出发沿 $A\to C$ 方向匀速运动，速度为 1cm/s．点 E 是 AC 上位于点 D 右侧的动点，点 M 是 AB 上的动点，在运动过程中始终保持 $MD=ME$，$DE=2cm$．过 M 作 $MN\parallel AC$ 交 BC 于 N，当点 E 与点 C 重合时点 D 停止运动．设△MDE 的面积为 S（cm^2），点 D 的运动时间为 t（s），S 与 t 的函数关系如图②所示：

（1）$AC=$__6__cm，$BC=$__12__cm；

（2）设四边形 $MDEN$ 的面积为 y，求 y 的最大值；

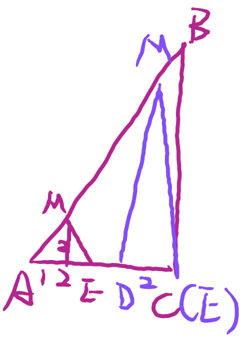
（3）是否存在 t 的值，使得以 M，E，N 为顶点的三角形与△MDE 相似？如果存在，求 t 的值；如果不存在，说明理由．





AH=t+1

MH=



$\frac{AC}{BC}=\frac{1}{2}$

$AC=4+2=6$

(2) 求出 MN.

$MN=\frac{1}{2}BN=\frac{1}{2}(12-2t-2)$

$=\frac{1}{2}(10-2t)$

$=5-t$

$MH=2t+2$

$y=\frac{1}{2}(2+5-t)\times(2t+2)$

$=(7-t)(t+1)$

$=-t^2+6t+7=-(t-3)^2+16$

$0<t<4$

∴当 $t=3$ 时 $y_{max}=16$

(3) ~~假设存在这样的~~ t.

∵ $MN\parallel AC$

∴ $\angle MED=\angle EMN$

①当 $\angle MNE=\angle EDM$ 时，$\triangle ENM\backsim\triangle MDE$

∴ $\frac{MN}{ED}=\frac{EM}{ME}=1$

∴ $MN=ED$

∴ $5-t=2$

∴ $t=3$

②当 $\angle MEN=\angle EDM$ 时，$\triangle NEM\backsim\triangle MDE$

此时，$NE=NM=5-t$

∵ $\angle ACB=90°$

∴ $EC^2+NC^2=EN^2$

∴ $(4-t)^2+(2t+2)^2=(5-t)^2$

解得：$t=\frac{-5+3\sqrt{5}}{4}$（负值舍去）

综上：$t=3$ 或 $t=\frac{-5+3\sqrt{5}}{4}$