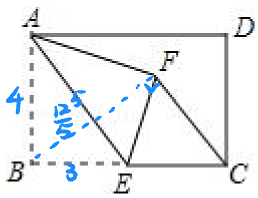
2022 春季数学压轴每日一练（二十二）

2020 昆山市二模

1．如图，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=4$，$BC=6$，点 E 为 BC 的中点，将$\triangle ABE$ 沿 AE 折叠，使点 B 落在矩形内点 F 处，连接 CF，则 CF 的长为（ D ）



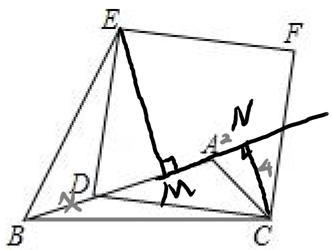
折叠 + 中点 → 直角

$BF=\frac{24}{5}$，$BC=6$

$FC=\frac{18}{5}$

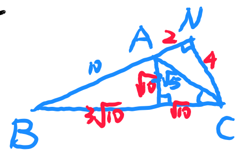
A．$\frac{9}{5}$　　　　B．$\frac{12}{5}$　　　　C．$\frac{16}{5}$　　　　D．$\frac{18}{5}$ ✓

2．如图，在$\triangle ABC$ 中，$AB=10$，$AC=2\sqrt{5}$，$\angle ACB=45°$，D 为 AB 边上一动点（不与点 B 重合），以 CD 为边长作正方形 $CDEF$，连接 BE，则$\triangle BDE$ 的面积的最大值等于 18 ．



$\triangle EDM \cong \triangle DCN$

$EM=DN$，$DM=NC$



$4\sqrt{10}\times\sqrt{10}=10\times NC$

$NC=4$

$AN=2$

$BN=12$

设 $BD=x$，则 $DN=EM=(12-x)$

$S_{\triangle BDE}=\frac{1}{2}x\cdot(12-x)$

$=-\frac{1}{2}(x-6)^2+18$

26．如图，$\triangle ABC$ 内接于$\odot O$，AB 是$\odot O$ 的直径，过点 A 的切线交 BC 的延长线于点 D，E 是$\odot O$ 上一点，点 C，E 分别位于直径 AB 异侧，连接 AE，BE，CE，且$\angle ADB=\angle DBE$．

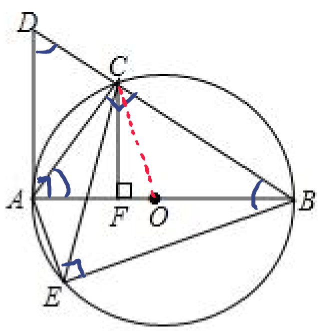
（1）求证：$CE=CB$；　双垂 $\angle D=\angle CAB=\angle CBE$

$\overset{\frown}{CE}=\overset{\frown}{CB} \Leftarrow CE=CB$

（2）求证：$\angle BAE=2\angle ABC$；

$\triangle BAE \sim \triangle COF$

（3）过点 C 作 $CF\perp AB$，垂足为点 F，若$\frac{S_{\triangle BCF}}{S_{\triangle ABE}}=\frac{9}{8}$，求$\frac{AF}{BF}$的值．



(1) ∵ AD 是$\odot O$的切线

∴ $\angle BAD=90°$

∴ $\angle ADB+\angle ABD=90°$

∵ AB 是$\odot O$直径

∴ $\angle AEB=90°$

∴ $\angle AEC+\angle BEC=90°$

∵ $\angle AEC=\angle ABD$，$\angle ADB=\angle DBE$

∴ $\angle BEC=\angle ADB=\angle DBE$

∴ $CE=CB$

(2) 连结 OC．

∵ $BC=CE$

∴ $\overset{\frown}{CE}=\overset{\frown}{BC}$

∴ $OC\perp BE$

∵ AB 是直径

∴ $\angle AEB=90°$

∴ $AE\perp BC$

∴ $OC\parallel AE$

∴ $\angle EAB=\angle AOC$

∵ $OB=OC$

∴ $\angle ABC=\angle OCB$

∵ $\angle AOC=\angle ABC+\angle OCB$

∴ $\angle AOC=2\angle ABC$

∴ $\angle BAE=2\angle ABC$．

(3) ∵ $AE\parallel OC$

∴ $\angle BAE=\angle COF$

∵ $CF\perp AB$，AB 是$\odot O$的直径

∴ $\angle AEB=\angle CFO=90°$

∴ $\triangle BAE\sim\triangle COF$

∴ $\frac{AE}{OF}=\frac{BE}{CF}=\frac{AB}{CO}=2$

∴ $AE=2OF$，$BE=2CF$

设半径为 r，$OF=x$，则 $AE=2x$．

∵ $\frac{S_{\triangle BCF}}{S_{\triangle ABE}}=\frac{9}{8}$ ∴ $\frac{\frac{1}{2}\times BF\times CF}{\frac{1}{2}\times BE\times AE}=\frac{9}{8}$

∴ $\frac{r+x}{4x}=\frac{8}{9}$　∴ $x=\frac{9}{7}r$

∴ $BF=r+x=\frac{9}{7}r$．$AF=AB-BF=\frac{5}{7}r$

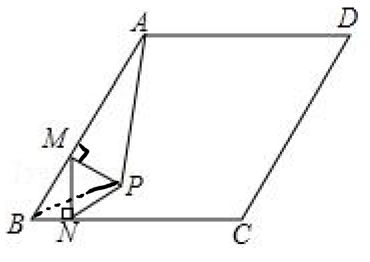
∴ $\frac{AF}{BF}=\frac{5}{9}$

27．如图①，在菱形 $ABCD$ 中，$AB=10cm$，$\angle ABC=60°$，边 BA 上一动点 M 从点 B 出发向点 A 匀速运动，速度为 $2cm/s$，过点 M 作 $MN\perp BC$，垂足为 N，以 MN 为边长作等边$\triangle MNP$，点 B，P 在直线 MN 的异侧，连接 AP．设点 M 的运动时间为 t（s）．

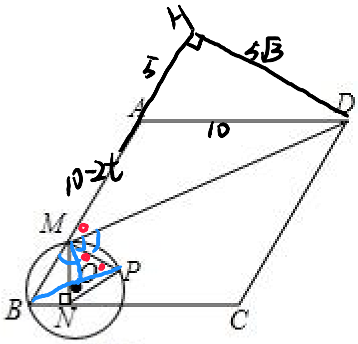
（1）当 $t=2$（s）时，$AP=$ $\underline{4\sqrt{3}}$ cm；（直接写出答案）

（2）连接 BP，若$\triangle ABP$ 为等腰三角形，求 t 的值；

（3）如图②，经过点 B，M，P 作⊙O，连接 MD，当 MD 与⊙O 相切时，则 t 的值等于 $\underline{\frac{15}{4}}$（s）．（直接写出答案）



图①



图②

相切. $\angle OMD=90°$

$\angle BMP=\angle AMP=90°$

$\angle BMO=\angle PMD$

$\angle OMP=\angle OPM=\angle AMD$

同角的余角相等

$\tan\angle OPM=\tan\angle AMD$

$\frac{BM}{MP}=\frac{2t}{\sqrt{3}t}$　　$\frac{DH}{MH}=\frac{5\sqrt{3}}{5+10-2t}$

$\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{5\sqrt{3}}{15-2t}$

$t=\frac{15}{4}$

(2) 连结 BP.

$AB=10$, $BM=2t$, $MN=MP=\sqrt{3}t$

$\angle PMA=90°$　$AM=10-2t$

$AP=\sqrt{(10-2t)^2+3t^2}$

$BP=\sqrt{4t^2+3t^2}=\sqrt{7}t$

① $AP=BP$.

$\because \angle PMA=90°$

$\therefore AM=BM$

$\therefore 10-2t=2t$

解得 $t=\frac{5}{2}$

② $AP=AB$ 即 $AP^2=AB^2$

$\therefore (10-2t)^2+3t^2=100$

解得 $t_1=0$, $t_2=\frac{40}{7}$（均舍去）

③ $BP=AB$.

$\therefore \sqrt{7}t=10$

$\therefore t=\frac{10\sqrt{7}}{7}$

综上：$t=\frac{5}{2}$ 或 $\frac{10\sqrt{7}}{7}$ 时，$\triangle ABP$ 为等腰三角形