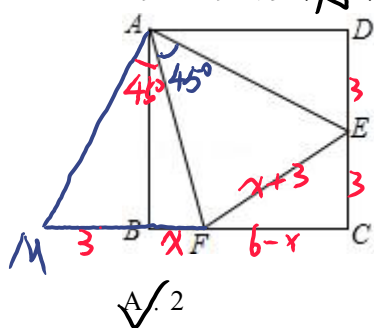


2022 春季初二下数学压轴每日一练（九）

2021 无锡新吴区3月月考卷

9. 如图，在边长为6的正方形ABCD中，E是边CD的中点，F在BC边上，且 $\angle EAF = 45^\circ$ ，连接EF，则BF的长为（A）



半角模型

延长CB, 取BM=DE

$\triangle ABM \cong \triangle ADE$

$\triangle AMF \cong \triangle AEF$

$Rt\triangle ECF$ 中

$$3^2 + (6-x)^2 = (x+3)^2$$

$$x=2$$

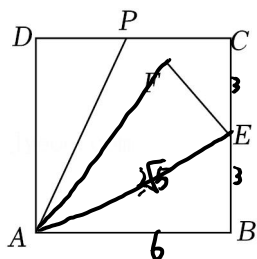
$$B. \frac{3}{2}\sqrt{2}$$

$$C. 3$$

$$D. 2\sqrt{2}$$

2021 泰州兴化校级3月月考卷

16. 如图，E是边长为6的正方形ABCD的边BC的中点，P是边CD上任意一点（不与D重合），连接AP，作点D关于AP的对称点F，则线段EF长的最小值等于 $3\sqrt{5}-6$.



$$AF=AD=6$$

$$AE=3\sqrt{5}$$

当A, F, E三点共线时.

$$EF \geq AE - AF$$

$$EF \geq 3\sqrt{5} - 6$$

25. 如图， $Rt\triangle CEF$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle CEF$ ， $\angle CFE$ 外角平分线交于点A，过点A分别作直线CE，CF的垂线，B，D为垂足.

- (1) $\angle EAF = 45^\circ$ (直接写出结果不写解答过程)；

半角模型正证 见角平分线 \rightarrow 作双垂.

- (2) ①求证：四边形ABCD是正方形.

- ②若 $BE = EC = 3$ ，求DF的长.

- (3) 如图(2)，在 $\triangle PQR$ 中， $\angle QPR = 45^\circ$ ，高 $PH = 5$ ， $QH = 2$ ，则HR的长度是 $\frac{15}{7}$ (直接写出结果不写解答过程).

没有无缘无故的上一句.

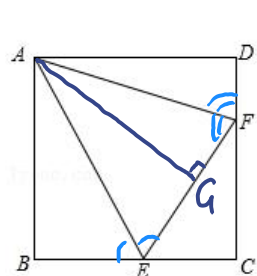


图1

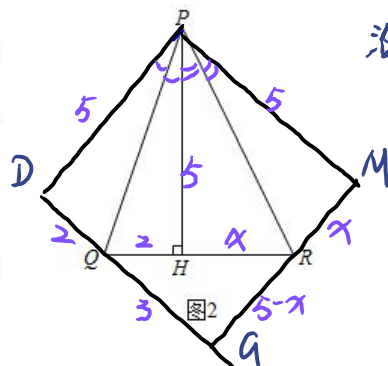


图2

沿PQ翻折 $\triangle PQH$ ，沿PR翻折 $\triangle PRH$

$Rt\triangle QOR$.

$$3^2 + (5-x)^2 = (2+x)^2$$

$$9 + 25 - 10x = 4 + 4x$$

$$14x = 30$$

$$x = \frac{15}{7}$$

- (2) ①作 $AG \perp EF$ 于G,

$$\text{则 } \angle AGE = \angle AGF = 90^\circ$$

$$\because AB \perp CE, AD \perp CF$$

$$\therefore \angle B = \angle D = 90^\circ = \angle C$$

\therefore 四边形ABCD是矩形.

$\because \angle CEF, \angle CFE$ 外角平分线交于点A,

$$\therefore AB = AG, AD = AG$$

$$\therefore AB = AD$$

\therefore 四边形ABCD是正方形.

26. 定义：若两个分式的差为 2，则称这两个分式属于“友好分式组”。

(1) 下列 3 组分式：

① $\frac{3a}{a+1}$ 与 $\frac{a}{a+1}$ ；② $\frac{3a}{a-1}$ 与 $\frac{a+2}{a-1}$ ；③ $\frac{a}{2a+1}$ 与 $\frac{5a+2}{2a+1}$ 。其中属于“友好分式组”的有 ②③（只填序号）；

(2) 若正实数 a, b 互为倒数，求证，分式 $\frac{3a^2}{a^2+b}$ 与 $\frac{a-2b^2}{a+b^2}$ 属于“友好分式组”；

(3) 若 a, b 均为非零实数，且分式 $\frac{3a^2}{a^2-4b^2}$ 与 $\frac{a}{a+2b}$ 属于“友好分式组”，求分式 $\frac{a^2-2b^2}{ab}$ 的值。

(2) $\because a, b$ 互为倒数

$$\therefore ab=1, b=\frac{1}{a}$$

$$\therefore \left| \frac{3a^2}{a^2+b} - \frac{a-2b^2}{a+b^2} \right|$$

$$= \left| \frac{3a^2}{a^2+\frac{1}{a}} - \frac{a-2b^2}{a+\frac{1}{a^2}} \right|$$

$$= \left| \frac{3a^3}{a^3+1} - \frac{a^3-2}{a^3+1} \right|$$

$$= \frac{2a^3+2}{a^3+1}$$

$$= 2$$

\therefore 分式 $\frac{3a^2}{a^2+b}$ 与 $\frac{a-2b^2}{a+b^2}$ 属于“友好分式组”

$$(3) \left| \frac{3a^2}{a^2-4b^2} - \frac{a}{a+2b} \right|$$

$$= \left| \frac{3a^2}{(a+2b)(a-2b)} - \frac{a(a-2b)}{(a+2b)(a-2b)} \right|$$

$$= \left| \frac{2a^2+2ab}{a^2-4b^2} \right|$$

\therefore 分式属于“友好分式组”

$$\therefore \left| \frac{2a^2+2ab}{a^2-4b^2} \right| = 2$$

$$\text{即 } 2a^2+2ab=2a^2-8b^2 \text{ 或 } 2a^2+2ab=-2a^2+8b^2$$

$$2ab+8b^2=0$$

$$4a^2+2ab-8b^2=0$$

$$2b(a+4b)=0$$

$$2a^2+ab-4b^2=0$$

$$a=-4b \text{ ①}$$

$$ab-4b^2-2a^2=0$$

由①代入

$$\frac{a^2-2b^2}{ab} = \frac{16b^2-2b^2}{-4b^2} = -\frac{7}{2}$$

由②代入

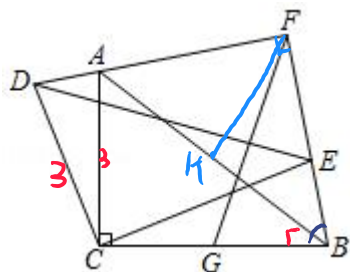
$$\frac{a^2-2b^2}{ab} = \frac{a^2-2b^2}{4b^2-2a^2} = -\frac{1}{2}$$

综上所述： $\frac{a^2-2b^2}{ab}$ 的值为 $-\frac{7}{2}$ 或 $-\frac{1}{2}$ 。

2022 春季初二下数学压轴每日一练 (十)

2021 园区期末

18. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 3\text{cm}$, $BC = 4\text{cm}$. 将 $\triangle ABC$ 绕点 C 按逆时针方向旋转后得 $\triangle DCE$, 直线 DA 、 BE 相交于点 F . 取 BC 的中点 G , 连接 GF , 则 GF 长的最大值为 4 cm .



① 隐含对角互补.

$$\angle BFA + \angle C = 180^\circ$$

$$\angle CBF + \angle CAF = 180^\circ$$

$$\text{则 } \angle AFB = 90^\circ$$

直角三角形斜边中线等于斜边一半

② 取 AB 中点 H .

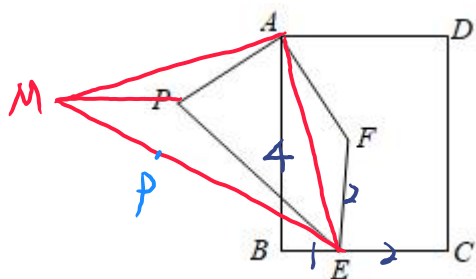
$$\text{则 } FH = \frac{5}{2}$$

③ 当 F, H, G 三点共线时, GF 最大.

$$(GF)_{\max} = HG + FH = \frac{3}{2} + \frac{5}{2} = 4$$

2021 镇江期末

18. 在长方形 $ABCD$ 中, $AB = 4$, $BC = 3$, $CE = 2BE$, $EF = 2$, 连接 AF , 将线段 AF 绕着点 A 顺时针旋转 90° 得到 AP , 则线段 PE 的最小值为 (B)



构造手拉手全等

$\triangle APF$ 是等腰直角, 再造一个等腰直角.

$$AM \perp AE, AM = AE \rightarrow ME = \sqrt{34}$$

$$\triangle AFE \cong \triangle APM$$

$$\therefore PM = 2$$

当 M, P, E 三点共线时 PE 最小.

A. $2\sqrt{5}$

B. $\sqrt{34} - 2$

C. 4

D. $\sqrt{34} + 1$

2021 灌云 3 月月考

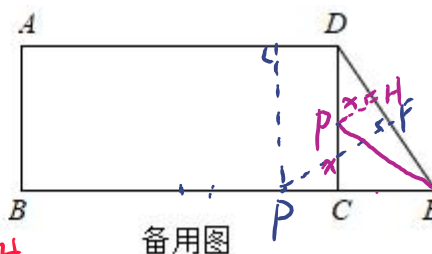
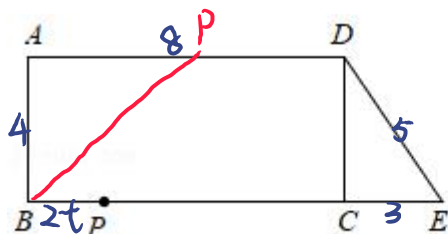
26. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle A = \angle B = \angle BCD = 90^\circ$, $AB = DC = 4$, $AD = BC = 8$. 延长 BC 到 E , 使 $CE = 3$, 连接 DE , 由直角三角形的性质可知 $DE = 5$. 动点 P 从点 B 出发, 以每秒 2 个单位的速度沿 $BC - CD - DA$ 向终点 A 运动, 设点 P 运动的时间为 t 秒. ($t > 0$)

(1) 当 $t = 3$ 时, $BP =$ 6;

(2) 当 $t =$ 8 时, 点 P 运动到 $\angle B$ 的角平分线上; $8 + 4 + 4 = 16$

(3) 请用含 t 的代数式表示 $\triangle ABP$ 的面积 S ;

(4) 当 $0 < t < 6$ 时, 直接写出点 P 到四边形 $ABED$ 相邻两边距离相等时 t 的值.



备用图

(3) 当 P 在 BC 上时, 即 $0 < t \leq 4$ 时

$$S = \frac{1}{2} \times 4 \times 2t = 4t$$

当 P 在 CD 上时, 即 $4 < t \leq 6$ 时

$$S = \frac{1}{2} \times 4 \times 8 = 16$$

当 P 在 DA 上时, 即 $6 < t \leq 10$ 时

$$S = \frac{1}{2} \times 4 \times (20 - 2t) = -4t + 40$$

$$\therefore S = \begin{cases} 4t & (0 < t \leq 4) \\ 16 & (4 < t \leq 6) \\ -4t + 40 & (6 < t \leq 10) \end{cases}$$

$$16 \quad (4 < t \leq 6)$$

$$-4t + 40 \quad (6 < t \leq 10)$$

(4) 当 P 在 BC 上时.

P 到 AD 边距离为 4.

$\therefore P$ 到相邻两边距离相等

$\therefore P$ 到 AB 的距离为 4

即 $BP = 4$

$$\therefore 2t = 4, t = 2s$$

② 当 P 在 BC 上时.

P 到 DE 的距离为 4.

易证 $\triangle PFE \cong \triangle DCE$

$$\therefore PE = DE = 5.$$

$$\therefore BP = 6, 2t = 6, t = 3s$$

③ 当 P 在 CD 上时.

$PH = PC$.

$$\frac{1}{2} \times 3 \times 4 = \frac{1}{2} \times (3 + 5) \times PC$$

$$PC = \frac{3}{2}$$

$$\therefore 2t = \frac{19}{2} \therefore t = \frac{19}{4}$$

综上: 当 $t = 2, 3, \frac{19}{4}$ 时...