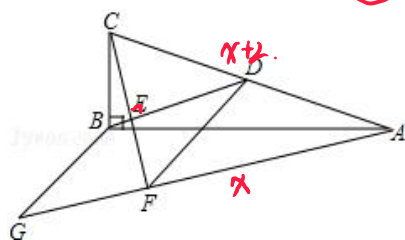


2022 春季初二下数学压轴每日一练（十三）

1. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， BD 为 AC 的中线，过点 C 作 $CE \perp BD$ 于点 E ，过点 A 作 BD 的平行线，交 CE 的延长线于点 F ，在 AF 的延长线上截取 $FG = BD$ ，连接 BG 、 DF 。若 $CF = 6$ ， $AC = AF + 2$ ，则四边形 $BDFG$ 的周长为（**D**） **易证四边形 BDFG 为菱形。**



$BD \parallel AG, BD \perp CF$

$CF \perp AG$

$DF = \frac{1}{2}AC, BD = \frac{1}{2}AC$

$DF = BD \rightarrow$ 四边形 $BDFG$ 为菱形

设 $AF = x$ ，则 $AC = x + 2$

在 $Rt\triangle CFA$ 中

$$CF^2 + AF^2 = AC^2$$

$$36 + x^2 = (x+2)^2 \rightarrow x = 8$$

$$BD = \frac{1}{2}AC = 5$$

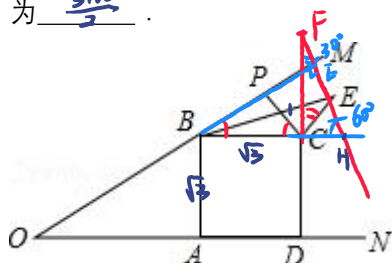
A. 9.5

B. 10

C. 12.5

D. 20

2. 如图，已知 $\angle MON = 30^\circ$ ， B 为 OM 上一点， $BA \perp ON$ 于 A ，四边形 $ABCD$ 为正方形， P 为射线 BM 上一动点，连接 CP ，将 CP 绕点 C 顺时针方向旋转 90° 得 CE ，连接 BE ，若 $AB = \sqrt{3}$ ，则 BE 的最小值为 $\frac{3+\sqrt{3}}{2}$ 。



$\triangle BPC \cong \triangle CEF$

$\angle CFE = 30^\circ$

$CF = \sqrt{3}, CH = 1$

$BH = \sqrt{3} + 1$

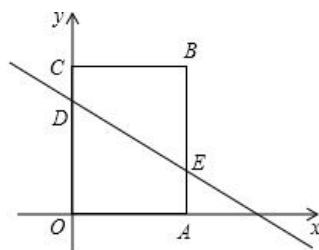
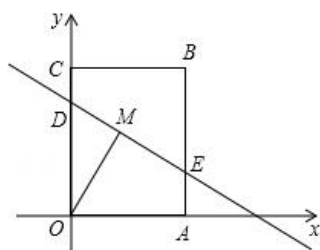
$EH = \frac{1}{2}(BH) = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$

$BE = \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3+\sqrt{3}}{2}$

\rightarrow 构造手拉手全等

找出点 E 的运动轨迹

3. 如图，矩形 $OABC$ 的顶点 A 、 C 分别在 x 轴、 y 轴的正半轴上，点 B 的坐标为 $(15, 21)$ ，一次函数 $y = -\frac{3}{5}x + 15$ 的图象与边 OC 、 AB 分别交于 D 、 E 两点，点 M 是线段 DE 上的一个动点。



备用图

(1) 当 $x = 15$ 时， $y = 6$ ，则 $E(15, 6)$

当 $x = 0$ 时 $y = 15$ ，则 $D(0, 15)$

$\therefore OD = 15, BE = 15. \therefore OD = BE$

(2) 设 $M(m, -\frac{3}{5}m + 15)$

$$\therefore S_{\triangle ODM} = \frac{1}{2} \times 15 \times m = \frac{75}{2}$$

(1) 求证： $OD = BE$ ；

(2) 连接 OM ，若三角形 ODM 的面积为 $\frac{75}{2}$ ，求点 M 的坐标；

$m = 5$

故 $M(5, 12)$

(3) 在第 (2) 问的基础上，设点 P 是 x 轴上一动点，点 Q 是平面内的一点，以 O 、 M 、 P 、 Q 为顶点的四边形是菱形，直接写出点 Q 的坐标。

(3) $O(0, 0), M(5, 12)$ 设 $P(a, 0), Q(x_Q, y_Q)$

以 OM 为对角线

$$\begin{cases} x_0 + x_m = x_p + x_q \\ y_0 + y_m = y_p + y_q \end{cases}$$

$\rightarrow Q(5-a, 12)$

\therefore 菱形

$$\therefore OP = OQ$$

$$\therefore a^2 = (5-a)^2 + 12^2$$

$$\text{解得 } a = -11.9$$

$$\therefore Q(-11.9, 12)$$

以 OP 为对角线

$$\begin{cases} x_0 + x_p = x_m + x_q \\ y_0 + y_p = y_m + y_q \end{cases}$$

$\rightarrow Q(a-5, -12)$

\therefore 菱形

$$\therefore OM = OQ$$

$$\therefore 5^2 + 12^2 = (a-5)^2 + 12^2$$

$$\text{解得 } a = 10 \text{ 或 } a = 0 \text{ (舍)}$$

$$\therefore Q(5, -12)$$

以 OQ 为对角线

$$\begin{cases} x_0 + x_q = x_m + x_p \\ y_0 + y_q = y_m + y_p \end{cases}$$

$$\rightarrow Q(a+5, 12)$$

\therefore 菱形

$$\therefore OM = OP$$

$$\therefore 5^2 + 12^2 = a^2$$

$$\text{解得 } a = 13 \text{ 或 } a = -13$$

$$\therefore Q(18, 12) \text{ 或 } (-8, 12)$$

$$\text{综上: } Q(-11.9, 12) \text{ 或 } (5, -12)$$

$$\text{或 } (18, 12) \text{ 或 } (-8, 12)$$