

2022 春季初二下数学压轴每日一练 (十五)

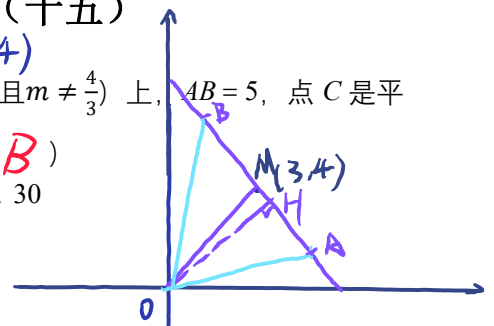
1. 已知平面直角坐标系中, 点 A 、 B 在动直线 $y = mx - 3m + 4$ (m 为常数且 $m \neq \frac{4}{3}$) 上, $AB = 5$, 点 C 是平面内一点, 以点 O 、 A 、 B 、 C 为顶点的平行四边形面积的最大值是 (B)
 A. 24 B. 25 C. 26 D. 30

① 直线过定点

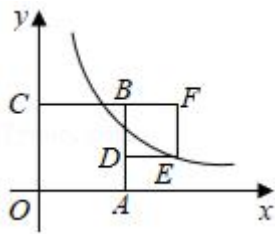
② $S_D = 2S_{\triangle OAB}$

③ $OH \leq OM = 5 \rightarrow OH \leq 5$

④ $(S_{\triangle OAB})_{\max} = \frac{1}{2} \times AB \times OH$
 $= \frac{1}{2} \times 5 \times 5$
 ⑤ $(S_D)_{\max} = 25$



2. 如图, 四边形 $OABC$ 和四边形 $BDEF$ 都是正方形, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 在第一象限的图象经过点 E , 若两正方形的面积差为 12, 则 k 的值为 (A)



$a^2 - b^2 = 12$

$E(a+b, a-b)$

$k = (a+b)(a-b) = 12$

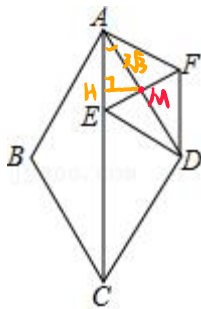
A. 12

B. 6

C. -12

D. 8

3. 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, $\angle ABC = 120^\circ$, $AB = 6\sqrt{3}$, 点 E 在 AC 上, 以 AD 为对角线的所有平行四边形 $AEDF$ 中, EF 最小的值是 $3\sqrt{3}$.



□AEDF 中

EF 过 AD 中点 M

$EF = 2EM$

EM 何时最小?

→ 垂线段最短

$OM = \frac{3}{2}\sqrt{3}$

$EF = 2EM = 3\sqrt{3}$

平行四边形对角线互相平分

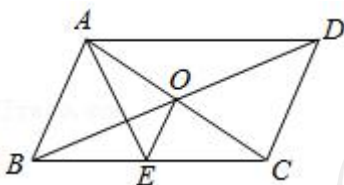
4. 如图, 平行四边形 $ABCD$ 的对角线 AC , BD 交于点 O , AE 平分 $\angle BAD$, 交 BC 于点 E , 且 $\angle ADC = 60^\circ$.

(1) 求证: $AB = AE$;

(2) 若 $\frac{AB}{BC} = m$ ($0 < m < 1$), $AC = 4\sqrt{3}$, 连接 OE ;

① 若 $m = \frac{1}{2}$, 求平行四边形 $ABCD$ 的面积;

② 设 $\frac{S_{\text{四边形}OECD}}{S_{\triangle AOD}} = k$, 试求 k 与 m 满足的关系.



(1) ∵ 四边形 ABCD 是平行四边形

∴ $\angle ABC = \angle ADC = 60^\circ$, $\angle BAD = 120^\circ$

∵ AE 平分 $\angle BAD$

∴ $\angle BAE = \angle EAD = 60^\circ$

∴ $\triangle ABE$ 是等边三角形

∴ $AB = AE$

(2) 解: ∵ $\frac{AB}{BC} = m = \frac{1}{2}$

∴ $AB = \frac{1}{2}BC$

∴ $AE = BE = \frac{1}{2}BC$

∴ $AE = CE$

∴ $\angle ABC = 60^\circ$

∴ $\triangle ABE$ 是等边三角形

∴ $\angle AEB = 60^\circ$

∴ $\angle ACE = \angle CAE = 30^\circ$

∴ $\angle BAC = 90^\circ$

当 $AC = 4\sqrt{3}$ 时, $AB = 4$

∴ $S_{\text{平行四边形}ABCD} = 2S_{\triangle ABC} = 4 \times 4\sqrt{3} = 16\sqrt{3}$

∴ $S_{\triangle AOD} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times b = \frac{bh}{4}$

∴ $\frac{S_{\text{四边形}OECD}}{S_{\triangle AOD}} = \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{4}}{\frac{1}{4}}$

$= 2 - m = k$

∴ $2 - m = k$

∴ $m + k = 2$

② ∵ □ABCD

∴ $S_{\triangle AOD} = S_{\triangle BOC}$, $S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2}S_{\text{平行四边形}ABCD}$

∴ $\triangle ABE$ 是等边

∴ $BE = AB = mBC$

∵ $\triangle ABE$ 的 BE 边上的高是 $\triangle BDC$ 的 BC 边上的高的一半

底 $BE = mBC$,

设 BC 边上的高为 h , $BC = b$

∴ $S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2}bh$, $S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times mb = \frac{1}{4}mbh$

∴ $S_{\text{四边形}OECD} = S_{\triangle BOC} - S_{\triangle ABE} = (\frac{1}{2} - \frac{1}{4})bh$