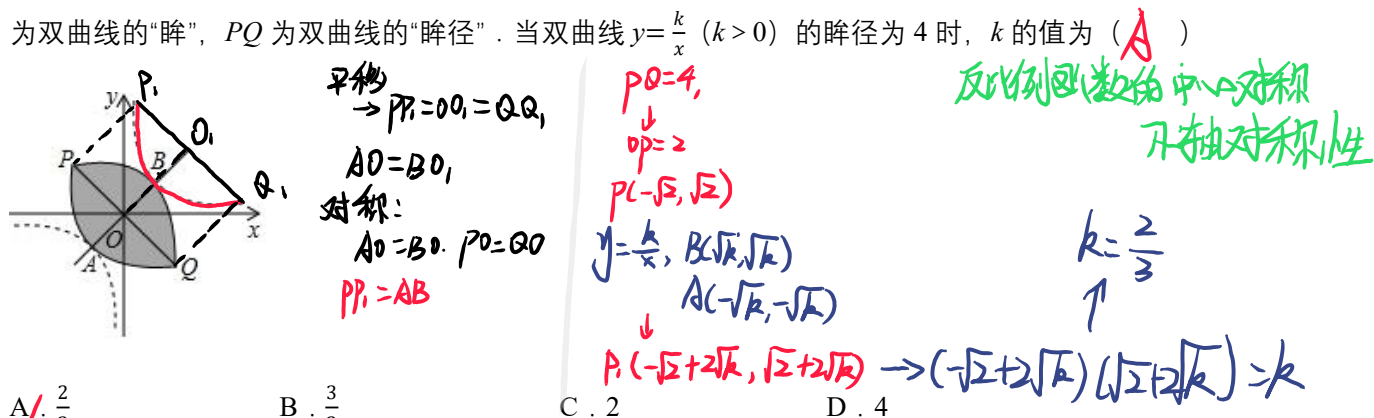
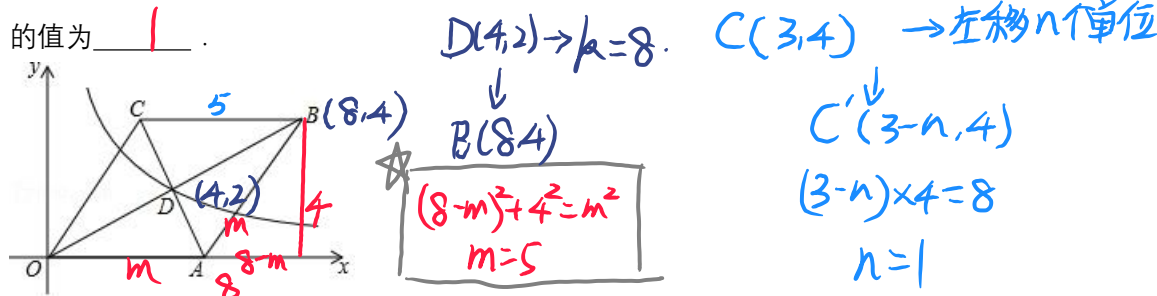


2022 春季初二下数学压轴每日一练（二十）

1. 设双曲线 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$) 与直线 $y = x$ 交于 A, B 两点 (点 A 在第三象限), 将双曲线在第一象限的一支沿射线 BA 的方向平移, 使其经过点 A , 将双曲线在第三象限的一支沿射线 AB 的方向平移, 使其经过点 B , 平移后的两条曲线相交于点 P, Q 两点, 此时我们称平移后的两条曲线所围部分 (如图中阴影部分) 为双曲线的“眸”, PQ 为双曲线的“眸径”. 当双曲线 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$) 的眸径为 4 时, k 的值为 ()

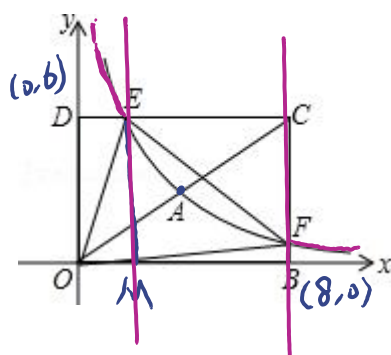


2. 如图, 在平面直角坐标系中, 菱形 $OABC$ 的边 OA 在 x 轴上, AC 与 OB 交于点 $D(4, 2)$, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 D . 若将菱形 $OABC$ 向左平移 n 个单位, 使点 C 落在该反比例函数图象上, 则 n 的值为 1.



3. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知四边形 $DOBC$ 是矩形, 且 $D(0, 6)$, $B(8, 0)$, 若反比例函数 $y = \frac{k_1}{x}$ ($x > 0$) 的图象经过线段 OC 的中点 A , 交 DC 于点 E , 交 BC 于点 F . 设直线 EF 的解析式为 $y = k_2x + b$.

- 求反比例函数和直线 EF 的解析式;
- 求 $\triangle OEF$ 的面积;
- 请直接写出不等式 $k_2x + b - \frac{k_1}{x} < 0$ 的解集.



- Handwritten solutions for problem 3:
- (1) $\because D(0, 6), B(8, 0)$ 解得 $\begin{cases} k_2 = -\frac{3}{4} \\ b = \frac{15}{2} \end{cases}$

$\therefore C(8, 6)$

$\because A$ 是 OC 的中点, $\therefore A(4, 3)$

将 $A(4, 3)$ 代入 $y = \frac{k_1}{x}$ 得 $k_1 = 12$

\therefore 反比例函数为 $y = \frac{12}{x}$

把 $x = 8$ 代入 $y = \frac{12}{x}$ 得 $y = \frac{3}{2}$

$\therefore F(8, \frac{3}{2})$

把 $y = 6$ 代入 $y = \frac{12}{x}$ 得 $x = 2$

$\therefore E(2, 6)$

将 $E(2, 6), F(8, \frac{3}{2})$ 代入 $y = k_2x + b$ 得 $\begin{cases} 8k_2 + b = \frac{3}{2} \\ 2k_2 + b = 6 \end{cases}$
 - (2) $S_{\triangle OEF} = S_{\triangle OBC} - S_{\triangle ODE} - S_{\triangle OBF} - S_{\triangle CEF}$

$= 6 \times 8 - \frac{1}{2} \times 2 \times 6 - \frac{1}{2} \times 8 \times \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \times (6-3) \times (8-2)$

$= 22.5$

另法 $S_{\triangle OEF} = S_{\text{梯形 EMBF}}$ 证一下.
 - (3) $0 < x < 2$ 或 $x > 8$

4. 定义：有一组对边平行，有一个内角是它对角的一半的凸四边形叫做半对角四边形，如图1，直线 $l_1 \parallel l_2$ ，点 A, D 在直线 l_1 上，点 B, C 在直线 l_2 上，若 $\angle BAD = 2\angle BCD$ ，则四边形 $ABCD$ 是半对角四边形。

平行线
对角是
倍半关系

(1) 如图2，点 E 是矩形 $ABCD$ 的边 AD 上一点， $AB = 1$ ， $AE = 2$ 。若四边形 $ABCE$ 为半对角四边形，求 AD 的长：

$$\angle ECB = 45^\circ$$

(2) 如图3，以 $\square ABCD$ 的顶点 C 为坐标原点，边 CD 所在直线为 x 轴，对角线 AC 所在直线为 y 轴，建立平面直角坐标系。点 E 是边 AD 上一点，满足 $BC = AE + CE$ 。求证：四边形 $ABCE$ 是半对角四边形；

(3) 在(2)的条件下，当 $AB = AE = 2\sqrt{3}$ ， $\angle B = 60^\circ$ 时，将四边形 $ABCE$ 向左平移 a ($a > 0$) 个单位后，恰有两个顶点落在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上，求 k 的值。

$$\text{判定依据: } \textcircled{1} \angle AEC = 2\angle B$$

$$\text{or } \angle EAB = 2\angle ECB$$

$$\textcircled{2} AE \parallel BC$$

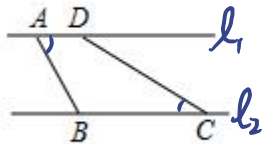


图1

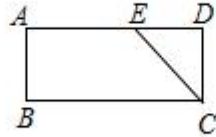


图2

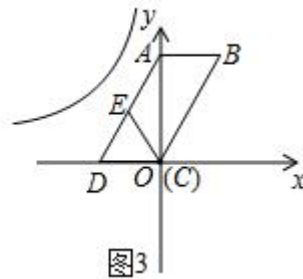


图3

以四边形 $ABCE$ 为半对角四边形

$$\therefore \angle BCE = \frac{1}{2} \angle A = 45^\circ$$

$$\therefore \angle DEC = \angle DCE = 45^\circ$$

$$\therefore CD = DE = 1$$

$$\therefore AD = AE + DE = 3$$

(2) 证明： $\because \square ABCD$

$$\therefore BC \parallel AD, BC = AD = AE + ED = AE + CE$$

$$\therefore CE = ED$$

$$\therefore \angle AEC = 2\angle EDC = 2\angle B$$

$$\text{又} \because AE \parallel BC$$

\therefore 四边形 $ABCE$ 是半对角四边形。

(3) 由题意可知：

$$A(0, b), B(2\sqrt{3}, b), E(-\sqrt{3}, 3)$$

1° 平移后 A, E 落在反比例 $y = \frac{k}{x}$ 上。 2° 平移后 B, E 落在反比例函数上。

$$A_1(-a, b), E(-\sqrt{3}-a, 3)$$

$$-a \times b = (-\sqrt{3}-a) \times 3$$

$$\text{解得 } a = \sqrt{3}$$

$$\therefore k = -6a = -6\sqrt{3}$$

$$B(2\sqrt{3}-a, b), E(-\sqrt{3}-a, 3)$$

$$b(2\sqrt{3}-a) = 3(-\sqrt{3}-a)$$

$$\text{解得: } a = 5\sqrt{3}$$

$$\therefore k = -18\sqrt{3}$$

综上： $k = -6\sqrt{3}$ 或 $-18\sqrt{3}$