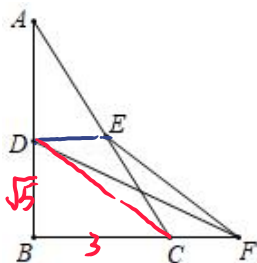


2022 春季初二下数学压轴每日一练（二十二）

2019 常熟八下期中考

17. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle B = 90^\circ$ ， $AB = 2\sqrt{5}$ ， $BC = 3$ ， D 、 E 分别是 AB 、 AC 的中点，延长 BC 至点 F ，

使 $CF = \frac{1}{2}BC$ ，连接 DF 、 EF ，则 EF 的长为 $\sqrt{14}$ 。

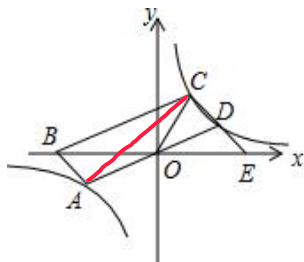


D 、 E 是中点
 $\rightarrow DE$ 是中位线
 $\rightarrow DE = \frac{1}{2}BC$, $DE \parallel BC$
 $CF = \frac{1}{2}BC$

$\Rightarrow DE \parallel CF \Rightarrow$ 四边形 $DEFC$ 是平行四边形

$DC = ?$ 勾股
 $DC = \sqrt{BD^2 + BC^2}$
 $EF = DC = \sqrt{14} = \sqrt{14}$

18. 如图，在平面直角坐标系中，平行四边形 $ABCD$ 的边 AD 经过 O 点， A 、 C 、 D 三点都在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上， B 点在 x 轴的负半轴上，延长 CD 交 x 轴于点 E ，连接 CO 。若 $S_{\text{平行四边形}ABCD} = 6$ ，则 k 的值为 2。



中心对称 $\rightarrow AO = OD$

$S_{\triangle OCD} = \frac{1}{2}S_{\triangle ACD} = \frac{1}{4}S_{\text{平行四边形}ABCD} = \frac{3}{2}$

$Q: D$ 为什么是 CE 中点?

$D(m, \frac{k}{m})$, $A(-m, -\frac{k}{m})$

$CD \parallel AB \rightarrow C(\frac{m}{2}, \frac{2k}{m}) \rightarrow D$ 是 CE 中点

$S_{\triangle OCE} = 3$
 设 $C(m, \frac{k}{m})$, $D(m, \frac{k}{2m})$
 $E(3m, 0)$
 $S_{\triangle OCE} = \frac{3}{2}k = 3$
 $k = 2$

27. 如图 1，已知点 G 在正方形 $ABCD$ 的对角线 AC 上， $GE \perp BC$ ， $GF \perp CD$ ，垂足分别为点 E ， F 。

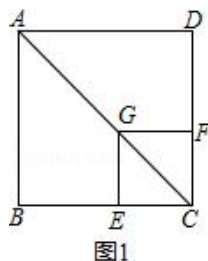


图1

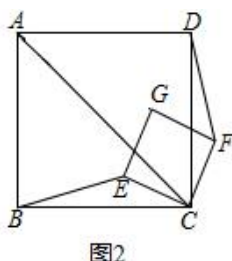


图2

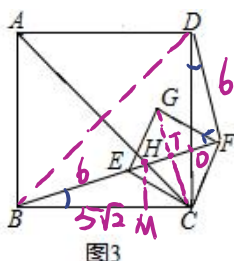
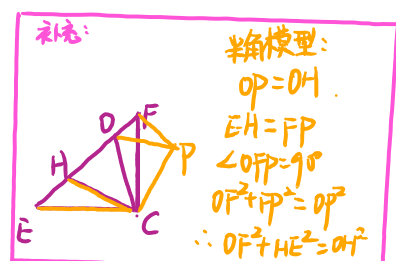


图3



(1) 求证：四边形 $CEGF$ 是正方形；

(2) 将正方形 $CEGF$ 绕点 C 顺时针旋转 α ($0^\circ < \alpha < 45^\circ$)，如图 2 所示，线段 BE 与 DF 是否相等？为什么？

(3) 正方形 $CEGF$ 在旋转过程中，当 B ， E ， F 三点在一条直线上时，如图 3 所示。

① 求证： $BF \perp DF$ ；“8”字型导角。

② 设 BF 与 AC 相交于点 H ，若 $BC = 5\sqrt{2}$ ， $DF = 6$ ，求线段 FH 的长。

(1) \because 点 G 在正方形 $ABCD$ 的对角线上，(3) ① 由 (2) 可知 $\triangle BEC \cong \triangle DFC$ 。

$\therefore \angle GCF = \angle GCE = 45^\circ$ ，

$\because GE \perp BC$ ， $GF \perp CD$

$\therefore \angle GEC = \angle GFC = \angle GCE = 90^\circ$

$\therefore \angle FGC = 45^\circ$ ，

$\therefore FG = FC$ ，

\therefore 四边形 $CEGF$ 是正方形。

(2) $\because \angle BCD = \angle ECF$

$\therefore \angle BCE = \angle DCF$

$\because BC = CD$ ， $CE = CF$

$\therefore \triangle BEC \cong \triangle DFC$ (SAS)

$\therefore BE = DF$

$\therefore \angle BEC = \angle DFC$

$\because B$ 、 E 、 F 三点共线 $\angle FEC = 45^\circ$

$\therefore \angle BEC = \angle DFC = 135^\circ$ ，

$\therefore \angle EFC = 45^\circ$

$\therefore \angle DFB = 90^\circ$

$\therefore BF \perp DF$ 。

② 连接 BD ， BF 与 DC 交于 O ， EF 与 AC 交于 T 。

$\because \triangle DFC \cong \triangle BEC$

$\therefore BE = DF = 6$

$\because BC = 5\sqrt{2}$ ，

$\therefore BD = 10$

$\therefore \angle DFB = 90^\circ$

$\therefore BF = 8$

$\therefore EF = 2$ ， $CF = CE = \sqrt{5}$ 。

$\therefore CT = 1$ 。

设 $OC = m$ ，

$\therefore S_{\triangle OEC} = \frac{1}{2} \times OE \times m$

$\frac{1}{2} \times BC \times OC$

$= \frac{1}{2} \times BC \times TC$ 解得： $m = \frac{5\sqrt{2}}{7}$

$\therefore OT = \frac{1}{7}$

$\therefore OF = \frac{6}{7}$ ，

由勾股定理可知：

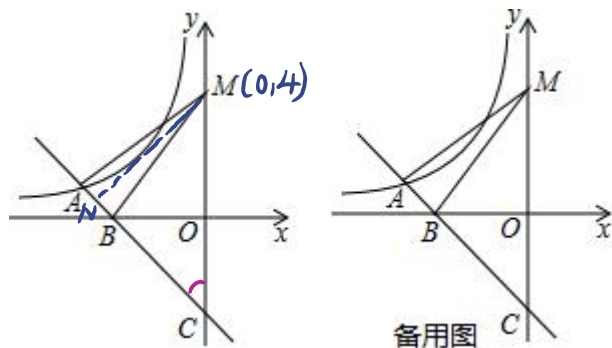
$OH^2 = EH^2 + OF^2$ ，设 $OH = n$ 。

则 $n^2 = (2 - n - \frac{6}{7})^2 + (\frac{6}{7})^2$

解得： $n = \frac{25}{28}$

$\therefore FH = OH + OF = \frac{7}{4}$

28. 如图, 平面直角坐标系中, 一次函数 $y = -x + b$ 的图象与反比例函数 $y = -\frac{4}{x}$ 在第二象限内的图象相交于点 A , 与 x 轴的负半轴交于点 B , 与 y 轴的负半轴交于点 C .



(1) 求 $\angle BCO$ 的度数; $\angle BCO = 45^\circ$

(2) 若 y 轴上一点 M 的纵坐标是 4, 且 $AM = BM$, 求点 A 的坐标;

(3) 在 (2) 的条件下, 若点 P 在 y 轴上, 点 Q 是平面直角坐标系中的一点, 当以点 A 、 M 、 P 、 Q 为顶点的四边形是菱形时, 请直接写出点 Q 的坐标.

(1) $\because y = -x + b$ 交 x 轴于 B , 交 y 轴于 C .

$\therefore B(b, 0), C(0, b)$

$\therefore OB = OC = -b$

$\therefore \angle BOC = 90^\circ$

$\therefore \triangle OBC$ 是等腰直角三角形.

$\therefore \angle BCO = 45^\circ$.

(2) 作 $MN \perp AB$ 于点 N .

$\because M(0, 4), MN \perp AC$.

$AC: y = -x + b$

$\therefore MN: y = x + 4$.

联立 $\begin{cases} y = x + 4 \\ y = -x + b \end{cases}$

解得 $\begin{cases} x = \frac{b-4}{2} \\ y = \frac{b+4}{2} \end{cases}$

$\therefore N(\frac{b-4}{2}, \frac{b+4}{2})$

$\because MA = MB, MN \perp AB$

$\therefore NA = NB$, 设 $A(m, n)$

则有 $\begin{cases} \frac{m+b}{2} = \frac{b-4}{2} \\ \frac{n-0}{2} = \frac{b+4}{2} \end{cases}$

解得 $\begin{cases} m = -4 \\ n = b+4 \end{cases}$

$\therefore A(-4, b+4)$

\because 点 A 在 $y = -\frac{4}{x}$ 上,

$\therefore -4(b+4) = -4$

$\therefore b = -3$

$\therefore A(-4, 1)$

(3) 由 (2) 可知: $A(-4, 1), M(0, 4)$

设 $P(0, m)$.

1° 当 AM 为对角线时.

$\begin{cases} x_A + x_M = x_P + x_Q \\ y_A + y_M = y_P + y_Q \end{cases}$

$\therefore Q(-4, 5-m)$

\because 菱形 $\therefore AP = AQ$

$\therefore AP^2 = AQ^2$

$4^2 + (m-1)^2 = (4-m)^2$

解得 $m = -\frac{1}{6}$

$\therefore Q(-4, \frac{31}{6})$

2° 当 AP 为对角线时

$\begin{cases} x_A + x_P = x_M + x_Q \\ y_A + y_P = y_M + y_Q \end{cases}$

$\therefore Q(-4, m-3)$

\because 菱形 $\therefore AM = AQ$

$\therefore AM^2 = AQ^2$

$4^2 + 3^2 = (m-4)^2$

解得: $m = 9$ 或 $m = -1$

$\therefore Q(-4, 6)$ 或 $(-4, -4)$

3° 当 AQ 为对角线

$\begin{cases} x_A + x_Q = x_M + x_P \\ y_A + y_Q = y_M + y_P \end{cases}$

$\therefore Q(4, 3+m)$

\because 菱形 $\therefore AM = AP$

$\therefore AM^2 = AP^2$

$4^2 + 3^2 = 4^2 + (m-1)^2$

解得: $m = -2$ 或 $m = 4$ (舍)

$\therefore Q(4, 1)$

综上: $Q(-4, \frac{31}{6})$ 或 $Q(-4, 6)$ 或 $(-4, -4)$

或 $Q(4, 1)$