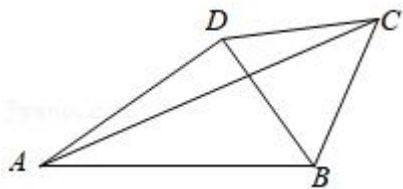


2022 春季数学压轴每日一练（三十三）

1. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AB = 2$ ， $BC = BD$ ， $\angle ADC = 150^\circ$ ， $\angle DCB = 60^\circ$ ，则 AC 的最大值是_____.



2. 如果一个正整数能表示为两个正整数的平方差，那么称这个正整数为“智慧数”，否则称这个正整数为“非智慧数”. 例如： $2^2 - 1^2 = 3$ ； $3^2 - 2^2 = 5$ ； $3^2 - 1^2 = 8$ ； $4^2 - 3^2 = 7$ ； $4^2 - 2^2 = 12$ ； $4^2 - 1^2 = 15$ ； \dots ，等等. 因此 3, 5, 8, \dots ，都是“智慧数”；而 1, 2, 4, \dots ，都是“非智慧数”.

对于“智慧数”，有如下结论：

①设 k 为正整数 ($k \geq 2$)，则 $k^2 - (k-1)^2 = 2k-1$. \therefore 除 1 以外，所有的奇数都是“智慧数”；

②设 k 为正整数 ($k \geq 3$)，则 $k^2 - (k-2)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$. \therefore 都是“智慧数”.

(1) 补全结论②中的空缺部分；并求出所有大于 5 而小于 20 的“非智慧数”；

(2) 求出从 1 开始的正整数中从小到大排列的第 103 个“智慧数”.

3. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知二次函数 $y = -mx^2 + 4mx - 8$ ($m \neq 0$).

(1) 若 $m > 0$ ，当 $-1 \leq x \leq 4$ 时，函数图象的最低点 M 的纵坐标为 -18，求 m 的值；

(2) 若该函数的图象上有两点 $A(x_1, y_1)$ ， $B(x_2, y_2)$ ，设 $n \leq x_1 \leq n+2$ ，当 $x_2 \geq 6$ 时，总有 $y_1 \leq y_2$ ，求 n 的取值范围；

(3) 已知 $A(-4, 0)$ 和 $B(6, 0)$ ，若抛物线与线段 AB 只有一个共同点，求 m 的取值范围.