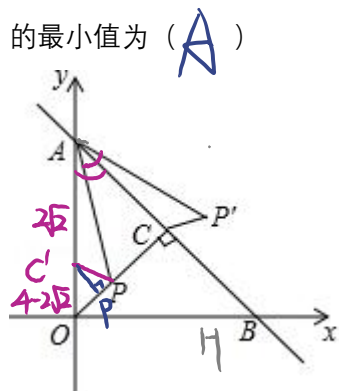


2022 春季数学压轴每日一练（三十四）

1. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y = -x + 4$ 与坐标轴交于 A, B 两点， $OC \perp AB$ 于点 C ， P 是线段 OC 上的一个动点，连接 AP ，将线段 AP 绕点 A 逆时针旋转 45° ，得到线段 AP' ，连接 CP' ，则线段 CP' 的最小值为 (A)



$\angle OAB = \angle PAP'$
 在 AO 上取 $AC' = AC$
 $\triangle AC'P \cong \triangle ACP'$
 $CP' = CP$
 当 $CP \perp OC$ 时最小.
 $OC = 4 - 2\sqrt{2}$, $CP = 2\sqrt{2} - 2$

- A. $2\sqrt{2} - 2$ B. 1 C. $2\sqrt{3} - 1$ D. $2 - \sqrt{2}$

2. 如图，在平面直角坐标系中，矩形 $ABCD$ 的边 BC 落在 x 轴上，点 B 的坐标为 $(-1, 0)$ ， $AB = 3$ ， $BC = 6$ ，边 AD 与 y 轴交于点 E 。

- (1) 直接写出点 A, C, D 的坐标;

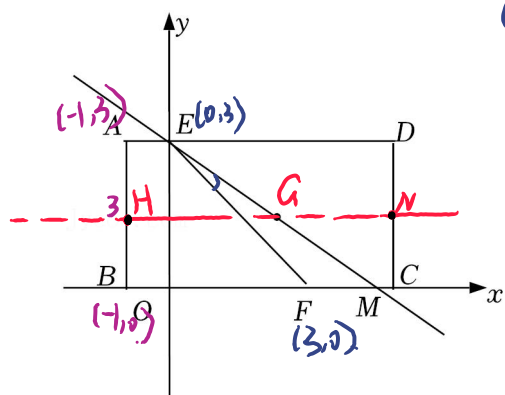
$A(-1, 3)$
 $C(5, 0)$ $D(5, 3)$

- (2) 在 x 轴上取点 $F(3, 0)$ ，直线 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 经过点 E ，与 x 轴交于点 M ，连接 EF 。

- ① 当 $\angle MEF = 15^\circ$ 时，求直线 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的函数表达式;

$\angle EMP = 60^\circ$
 $y = -\frac{1}{3}x + 3$

- ② 当以线段 EM 为直径的圆与矩形 $ABCD$ 的边所在直线相切时，求点 M 的坐标。



(2) ①: 点 $F(3, 0)$

$\therefore OF = 3$
 $\therefore OE = 3$
 $\therefore OE = OF$
 $\therefore \angle OEF = \angle OFE = 45^\circ$
 $\therefore \angle MEF = 15^\circ$
 $\therefore \angle OEM = 60^\circ$
 $\therefore OM = 3\sqrt{3}$
 $\therefore M(3\sqrt{3}, 0)$
 $\therefore y = -\frac{1}{3}x + 3$

② 设 EM 的中点 G ，过点 G 作 $GH \perp AB$ 于点 H ，

延长 HG 交 CD 于点 N ，则 $GN \perp CD$
 由题意得，圆与矩形 AD, BC 所在直线相切

\therefore 圆可能与 AB, CD 所在直线可能相切。

设 $M(m, 0)$ ，则 $OM = m$

1° 圆与 CD 所在直线相切

$\therefore GN = \frac{1}{2}EM$ ，即 $EM^2 = 4GN^2$

$GN = 5 - \frac{1}{2}m$ ， $EM = \sqrt{9 + m^2}$

$\therefore 9 + m^2 = 4(5 - \frac{1}{2}m)^2$ ，解得: $m = \frac{9}{20}$

$\therefore M(\frac{9}{20}, 0)$

2° 圆与 AB 所在直线相切

$\therefore GH = \frac{1}{2}EM$ ，即 $EM^2 = 4GH^2$

$GH = \frac{1}{2}m + 1$

$\therefore 9 + m^2 = 4(\frac{1}{2}m + 1)^2$

$\therefore m = \frac{5}{4}$

$\therefore M(\frac{5}{4}, 0)$

综上: $M(\frac{5}{4}, 0)$ 或 $(\frac{9}{20}, 0)$