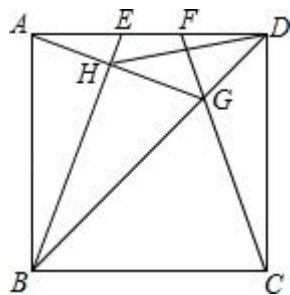


2022 春季初二下数学压轴每日一练（二十八）

1. 如图, E, F 是正方形 $ABCD$ 的边 AD 上两个动点, 满足 $AE = DF$. 连接 CF 交 BD 于点 G , 连接 BE 交 AG 于点 H . 若正方形的边长为 2, 则线段 DH 长度的最小值是_____.



2. 在初中数学学习阶段, 我们常常会利用一些变形技巧来简化式子, 解答问题.

材料一: 在解决某些分式问题时, 倒数法是常用的变形技巧之一, 所谓倒数法, 即把式子变成其倒数形式, 从而运用约分化简, 以达到计算目的.

例: 已知: $\frac{x}{x^2+1} = \frac{1}{4}$, 求代数式 $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 的值.

解: $\because \frac{x}{x^2+1} = \frac{1}{4}, \therefore \frac{x^2+1}{x} = 4$

即 $\frac{x^2}{x} + \frac{1}{x} = 4 \therefore x + \frac{1}{x} = 4 \therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 16 - 2 = 14$

材料二: 在解决某些连等式问题时, 通常可以引入参数“ k ”, 将连等式变成几个值为 k 的等式, 这样就可以通过适当变形解决问题.

例: 若 $2x = 3y = 4z$, 且 $xyz \neq 0$, 求 $\frac{x}{y+z}$ 的值.

解: 令 $2x = 3y = 4z = k$ ($k \neq 0$)

则 $x = \frac{k}{2}, y = \frac{k}{3}, z = \frac{k}{4}, \therefore \frac{x}{y+z} = \frac{\frac{1}{2}k}{\frac{1}{3}k + \frac{1}{4}k} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{7}{12}} = \frac{6}{7}$

根据材料回答问题:

(1) 已知 $\frac{x}{x^2-x+1} = \frac{1}{4}$, 求 $x + \frac{1}{x}$ 的值.

(2) 已知 $\frac{a}{5} = \frac{b}{2} = \frac{c}{3}, (abc \neq 0)$, 求 $\frac{3b+4c}{2a}$ 的值.

(3) 若 $\frac{yz}{bz+cy} = \frac{zx}{cx+az} = \frac{xy}{ay+bx} = \frac{x^2+y^2+z^2}{a^2+b^2+c^2}, x \neq 0, y \neq 0, z \neq 0$, 且 $abc = 7$, 求 xyz 的值.

3. 【方法回顾】

如图1，过正方形 $ABCD$ 的顶点 A 作一条直线 l 交边 BC 于点 P ， $BE \perp AP$ 于点 E ， $DF \perp AP$ 于点 F ，若 $DF = 2.5$ ， $BE = 1$ ，则 $EF =$ _____ .

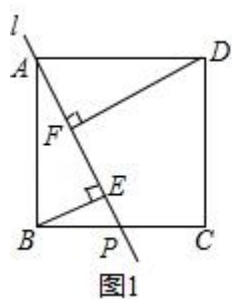


图1

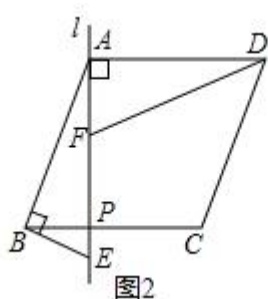


图2

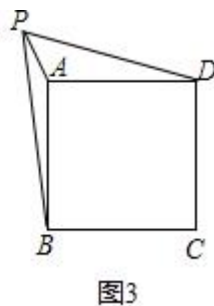


图3

【问题解决】

如图2，菱形 $ABCD$ 的边长为 $\frac{3}{2}$ ，过点 A 作一条直线 l 交边 BC 于点 P ，且 $\angle DAP = 90^\circ$ ，点 F 是 AP 上一点，且 $\angle BAD + \angle AFD = 180^\circ$ ，过点 B 作 $BE \perp AB$ ，与直线 l 交于点 E ，若 $EF = 1$ ，求 BE 的长 .

【思维拓展】

如图3，在正方形 $ABCD$ 中，点 P 在 AD 所在直线的上方， $AP = 2$ ，连接 PB ， PD ，若 $\triangle PAD$ 的面积与 $\triangle PAB$ 的面积之差为 m ($m > 0$)，则 $PB^2 - PD^2$ 的值为 _____ . (用含 m 的式子表示)