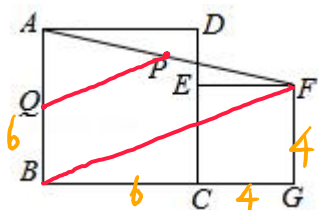


## 2022 春季初二下数学压轴每日一练（三十六）

1. 如图，点  $E$  在正方形  $ABCD$  的边  $CD$  上，以  $CE$  为边向正方形  $ABCD$  外部作正方形  $CEFG$ ，连接  $AF$ ， $P$ 、 $Q$  分别是  $AF$ 、 $AB$  的中点，连接  $PQ$ 。若  $AB=6$ ， $CE=4$ ，则  $PQ=$   $\sqrt{29}$ 。



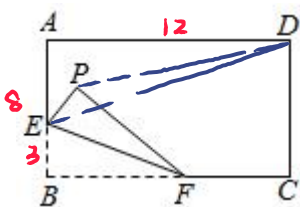
$P$  是中点， $Q$  是中点。

$PQ$  是中位线

$PQ = \frac{1}{2}BF$

$BF = \sqrt{4^2 + 6^2} = 2\sqrt{29} \therefore PQ = \sqrt{29}$

2. 如图，矩形  $ABCD$  中， $AD=12$ ， $AB=8$ ， $E$  是  $AB$  上一点，且  $EB=3$ ， $F$  是  $BC$  上一动点，若将  $\triangle EBF$  沿  $EF$  对折后，点  $B$  落在点  $P$  处，则点  $P$  到点  $D$  的最短距离为 10。



$EP=3$

当  $E, P, D$  三点共线时， $PD$  最短

$\therefore (PD)_{\min} = ED - EP$

$= 13 - 3 = 10$

$ED = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$

3. 在第九章中我们研究了几种特殊四边形，请根据你的研究经验来自己研究一种特殊四边形——筝形。

初识定义：两组邻边分别相等的四边形是筝形。

- (1) 类比你学过的特殊四边形的性质，通过观察、测量、折叠、证明等操作活动，对如图 1 的筝形  $ABCD$

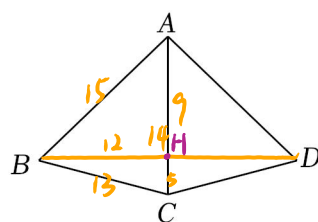
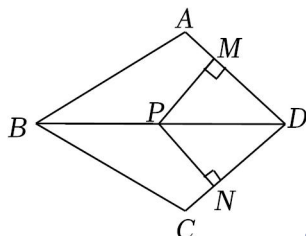
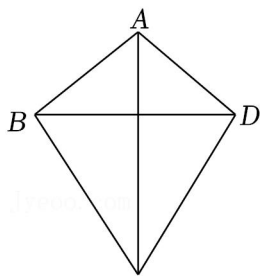
( $AB=AD$ ， $BC=CD$ ) 的性质进行探究，以下判断正确的有 ②③④。（填序号）。

☒ ①  $AC, BD$  互相平分； ☒ ②  $AC \perp BD$ ； ☒ ③  $AC$  平分  $\angle BAD$  和  $\angle BCD$ ；

☒ ④  $\angle ABC = \angle ADC$ ； ☒ ⑤  $\angle BAD + \angle BCD = 180^\circ$ 。

- (2) 性质运用：如图 2，在筝形  $ABCD$  中， $AB=BC$ ， $AD=CD$ ，点  $P$  是对角线  $BD$  上一点，过  $P$  分别作  $AD, CD$  垂线，垂足分别为点  $M, N$ 。若  $\angle ADC = 90^\circ$ ，求证：四边形  $PNDM$  是正方形。

- (3) 如图 3，在筝形  $ABCD$  中， $AB=AD=15$ ， $BC=DC=13$ ， $AC=14$ ，则筝形  $ABCD$  的面积是 168。



(3) 连接  $BD$  交  $AC$  于  $H$ 。

$\because AB=AD$

$\therefore A$  在  $BD$  的垂直平分线上

$\because BC=CD$

$\therefore C$  在  $BD$  的垂直平分线上

$\therefore AC$  垂直平分  $BD$

$\therefore \angle AHB = \angle BHC = 90^\circ, BH=HD$

设  $HC=m$ ，则  $AH=14-m$

$\therefore BC^2 - HC^2 = AB^2 - AH^2$

即  $13^2 - m^2 = 15^2 - (14-m)^2$

解得  $m=9$ 。

$\therefore$  在  $Rt\triangle BHC$  中

$BH = \sqrt{13^2 - 9^2} = 12$

$\therefore BD = 2BH = 24$

$\therefore S_{\text{筝形}ABCD} = \frac{1}{2} \times AC \times BD$

$= \frac{1}{2} \times 14 \times 24$

$= 168$

(2)  $\because PM \perp AD, PN \perp CD$

(图1)

$\therefore \angle PMD = \angle PND = 90^\circ$

又  $\because \angle ADC = 90^\circ$

$\therefore$  四边形  $MPND$  是矩形

$\because$  筝形  $ABCD$  中， $AB=BC, AD=CD$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle CBD$

$\therefore \angle ADB = \angle CDB$

又  $\because PM \perp AD, PN \perp CD$

(图2)

$\therefore PM = PN$

$\therefore$  四边形  $MPND$  是正方形

(图3)

4. 把一个函数图象上每个点的纵坐标变为原来的倒数（原函数图象上纵坐标为 0 的点除外）、横坐标不变，可以得到另一个函数的图象，我们称这个过程为倒数变换。

例如：如图，将  $y=x$  的图象经过倒数变换后可得到  $y=\frac{1}{x}$  的图象。特别地，因为  $y=x$  图象上纵坐标为 0 的点是原点，所以该点不作变换，因此  $y=\frac{1}{x}$  的图象上也没有纵坐标为 0 的点。

(1) 请在同一个平面直角坐标系中画出  $y=x+1$  的图象和它经过倒数变换后的图象， $y=\frac{1}{x+1}$

(2) 观察上述图象，结合学过的关于函数图象与性质的知识。

①猜想：倒数变换得到的图象和原函数的图象之间可能有怎样的联系？写出一个即可。

②说理：请简要解释你的猜想。  
①猜想：倒数变换得到的图象和原函数的图象之间如果有存在交点，则纵坐标为 1 或 -1；

(3) 请画出  $y=\frac{1}{|x|+c}$  ( $c$  为常数) 的大致图象。②因为只有 1 和 -1 的倒数是其本身，所以如果原函数存在一个点的纵坐标为 1 或 -1，那么倒数变换得到的图象上必然也有在这样对应的纵坐标为 1 或 -1，即两个函数图象的交点。

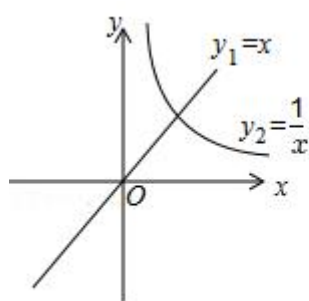


图1

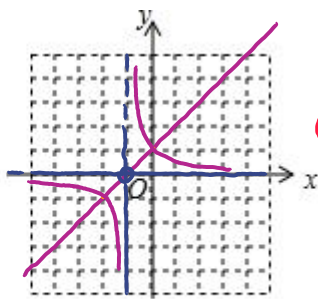
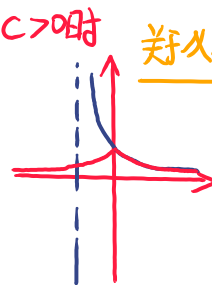
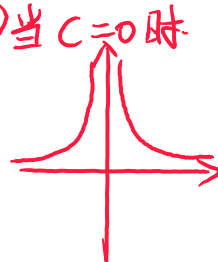
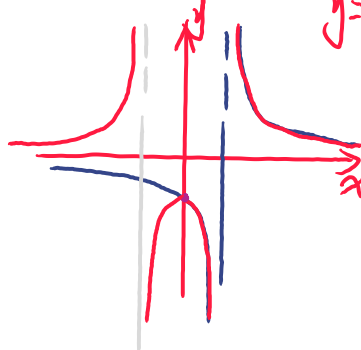


图2

(3) 当  $c=0$  时 当  $c>0$  时 关于y轴对称



当  $c<0$  时



$y=\frac{1}{|x|+c}$   
关于y轴对称