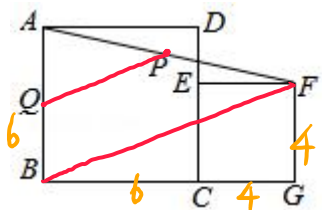


2022 春季初二下数学压轴每日一练（三十六）

1. 如图，点 E 在正方形 $ABCD$ 的边 CD 上，以 CE 为边向正方形 $ABCD$ 外部作正方形 $CEFG$ ，连接 AF ， P 、 Q 分别是 AF 、 AB 的中点，连接 PQ 。若 $AB=6$ ， $CE=4$ ，则 $PQ=$ $\sqrt{29}$ 。



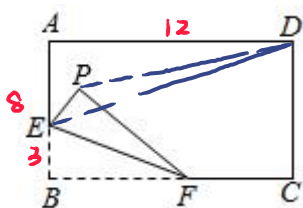
P 是中点， Q 是中点。

PQ 是中位线

$PQ = \frac{1}{2}BF$

$BF = \sqrt{4^2 + 10^2} = 2\sqrt{29} \therefore PQ = \sqrt{29}$

2. 如图，矩形 $ABCD$ 中， $AD=12$ ， $AB=8$ ， E 是 AB 上一点，且 $EB=3$ ， F 是 BC 上一动点，若将 $\triangle EBF$ 沿 EF 对折后，点 B 落在点 P 处，则点 P 到点 D 的最短距离为 10。



$EP=3$

当 E, P, D 三点共线时， PD 最短

$\therefore (PD)_{\min} = ED - EP = 13 - 3 = 10$

$ED = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$

3. 在第九章中我们研究了几种特殊四边形，请根据你的研究经验来自己研究一种特殊四边形——筝形。

初识定义：两组邻边分别相等的四边形是筝形。

(1) 类比你学过的特殊四边形的性质，通过观察、测量、折叠、证明等操作活动，对如图 1 的筝形 $ABCD$

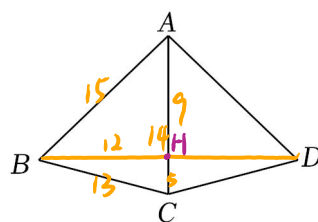
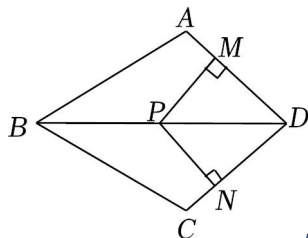
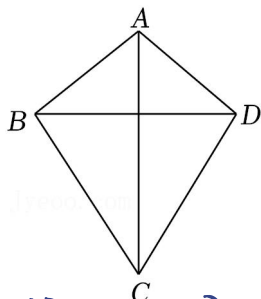
($AB=AD$ ， $BC=CD$) 的性质进行探究，以下判断正确的有 ②③④。（填序号）。

☒ ① AC, BD 互相平分； ☒ ② $AC \perp BD$ ； ☒ ③ AC 平分 $\angle BAD$ 和 $\angle BCD$ ；

☒ ④ $\angle ABC = \angle ADC$ ； ☒ ⑤ $\angle BAD + \angle BCD = 180^\circ$ 。

(2) 性质运用：如图 2，在筝形 $ABCD$ 中， $AB=BC$ ， $AD=CD$ ，点 P 是对角线 BD 上一点，过 P 分别作 AD, CD 垂线，垂足分别为点 M, N 。若 $\angle ADC = 90^\circ$ ，求证：四边形 $PNDM$ 是正方形。

(3) 如图 3，在筝形 $ABCD$ 中， $AB=AD=15$ ， $BC=DC=13$ ， $AC=14$ ，则筝形 $ABCD$ 的面积是 168。



(3) 连接 AC 交 BD 于 H 。

$\because AB=AD$ 。

$\therefore A$ 在 BD 的垂直平分线上。

$\because BC=CD$ 。

$\therefore C$ 在 BD 的垂直平分线上。

$\therefore AC$ 垂直平分 BD 。

$\therefore \angle AHB = \angle BHC = 90^\circ$ ， $BH=HD$ 。

设 $HC=m$ ，则 $AH=14-m$ 。

$\therefore BC^2 - HC^2 = AB^2 - AH^2$ 。

即 $13^2 - m^2 = 15^2 - (14-m)^2$ 。

解得 $m=9$ 。

\therefore 在 $Rt\triangle BHC$ 中

$BH = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$ 。

$\therefore BD = 2BH = 24$ 。

$\therefore S_{\text{筝形}ABCD} = \frac{1}{2} \times AC \times BD$ 。

$= \frac{1}{2} \times 14 \times 24$ 。

$= 168$ 。

(2) $\because PM \perp AD, PN \perp CD$

(图1)

$\therefore \angle PMD = \angle PND = 90^\circ$

又 $\because \angle ADC = 90^\circ$

\therefore 四边形 $MPND$ 是矩形

\because 筝形 $ABCD$ 中， $AB=BC, AD=CD$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle CBD$

$\therefore \angle ADB = \angle CDB$

又 $\because PM \perp AD, PN \perp CD$

(图2)

$\therefore PM = PN$

\therefore 四边形 $MPND$ 是正方形

4. 把一个函数图象上每个点的纵坐标变为原来的倒数（原函数图象上纵坐标为 0 的点除外）、横坐标不变，可以得到另一个函数的图象，我们称这个过程为倒数变换。

例如：如图，将 $y=x$ 的图象经过倒数变换后可得到 $y=\frac{1}{x}$ 的图象。特别地，因为 $y=x$ 图象上纵坐标为 0 的点是原点，所以该点不作变换，因此 $y=\frac{1}{x}$ 的图象上也没有纵坐标为 0 的点。

(1) 请在同一个平面直角坐标系中画出 $y=x+1$ 的图象和它经过倒数变换后的图象， $y=\frac{1}{x+1}$

(2) 观察上述图象，结合学过的关于函数图象与性质的知识。

①猜想：倒数变换得到的图象和原函数的图象之间可能有怎样的联系？写出一个即可。

②说理：请简要解释你的猜想。
①猜想：倒数变换得到的图象和原函数的图象之间如果有存在交点，则纵坐标为 1 或 -1；

(3) 请画出 $y=\frac{1}{|x|+c}$ (c 为常数) 的大致图象。②因为只有 1 和 -1 的倒数是其本身，所以如果原函数存在一个点的纵坐标为 1 或 -1，那么倒数变换得到的图象上必然也有这样对应的纵坐标为 1 或 -1，即两个函数图象的交点。

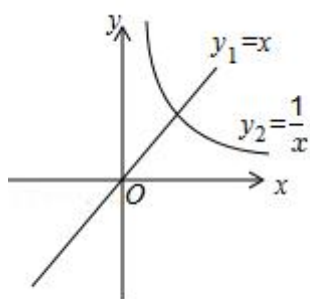


图1

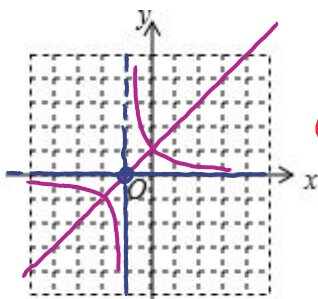


图2

(3) 当 $c=0$ 时 当 $c>0$ 时 关于y轴对称

当 $c<0$ 时

$y=\frac{1}{x+c}$

关于y轴对称

关于x轴对称

关于y轴对称

关于x轴对称

关于y轴对称

关于x轴对称

关于y轴对称

关于x轴对称

关于y轴对称

关于x轴对称

关于y轴对称

关于x轴对称

关于y轴对称

关于x轴对称

关于y轴对称

关于x轴对称

关于y轴对称

关于x轴对称

关于y轴对称

关于x轴对称

关于y轴对称

关于x轴对称

关于y轴对称

关于x轴对称

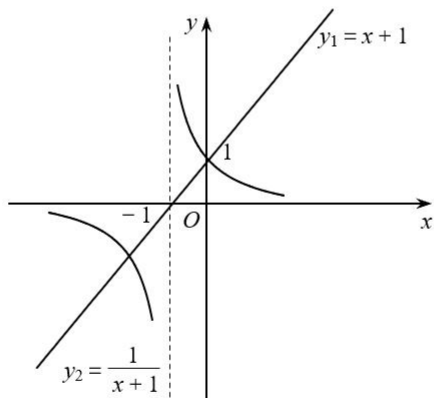
关于y轴对称

关于x轴对称

关于y轴对称

26. (本题 8 分)

(1) 如图所示. 2 分



(2) ①答案不唯一，以下作为参考. 3 分

猜想 1: 原函数图像在 x 轴上(下)方的部分，经过倒数变换后的图像也在 x 轴上(下)方.

猜想 2: 若原函数图像经过 x 轴上的点 $A(a, 0)$ ，则经过倒数变换后的图像无限接近直线 $x = a$ 且与它没有公共点.

猜想 3: 原函数图像在 x 轴上方的部分，若 y 随 x 增大而增大(减小)，经过倒数变换后的该部分图像 y 随 x 的增大而减小(增大)；原函数图像在 x 轴下方的部分，若 y 随 x 增大而增大(减小)，经过倒数变换后的该部分图像 y 随 x 的增大而减小(增大).

猜想 4: 若原函数的图像和它经过倒数变换后的图像有公共点，则公共点纵坐标为 1 或 -1.

②答案不唯一，以下作为参考. 5 分

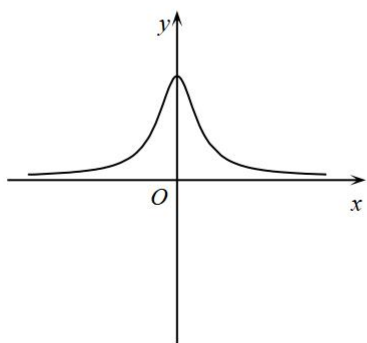
解释 1: 互为倒数的两个数符号相同.

解释 2: 0 没有倒数，纵坐标的绝对值越小，倒数变换后的对应点的纵坐标绝对值越大.

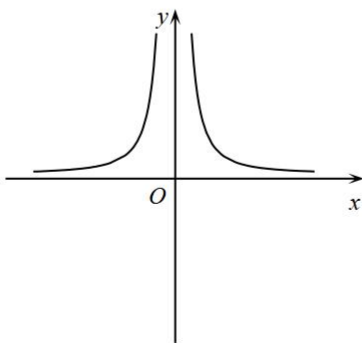
解释 3: $y_1 \cdot y_2 = 1$ ，一个增大时，另外一个必然减小.

解释 4: $y_1 \cdot y_2 = 1$ 且 $y_1 = y_2$ ，可求得 $y = \pm 1$.

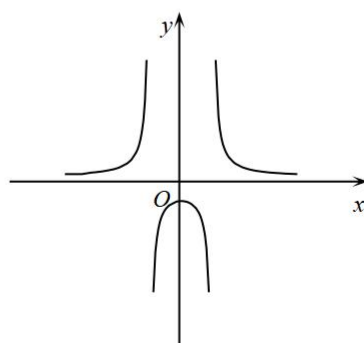
(3) $y = \frac{1}{|x| + c}$ (c 为常数) 的大致图像如下图所示. 8 分



当 $c > 0$ 时



当 $c = 0$ 时



当 $c < 0$ 时