

一、选择题

1. 下列方程中是关于 x 的一元二次方程的是 ()

- A. $ax^2+bx+c=0$ B. $x^2+5x=x^2+1$ C. $4x^2-6x=7$ D. $2x^3-x-5=0$

2. 下列说法，错误的是 ()

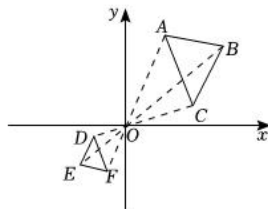
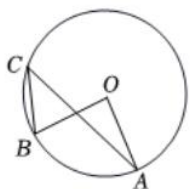
- A. 直径是弦 B. 等弧所对的圆心角相等
C. 弦的垂直平分线一定经过圆心 D. 过三点可以确定一个圆

3. 用配方法解方程 $x^2-4x-1=0$ 时，配方后是正确的是 ()

- A. $(x+2)^2=3$ B. $(x+2)^2=17$
C. $(x-2)^2=5$ D. $(x-2)^2=17$

4. 如图， OA 、 OB 是 $\odot O$ 的两条半径，点 C 在 $\odot O$ 上，若 $\angle AOB=80^\circ$ ，则 $\angle C$ 的度数为 ()

- A. 30° B. 40° C. 50° D. 60°



5. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2-8x+m=0$ 两根为 x_1 、 x_2 ，且 $x_1=3x_2$ ，则 m 的值为 ()

- A. 4 B. 8 C. 12 D. 16

6. 如图，在平面直角坐标系中， $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 关于原点 O 位似，若 $OB=2OE$ ， $S_{\triangle ABC}=8$ ，则 $S_{\triangle DEF}$ 为 ()

- A. 2 B. 4 C. $\frac{8}{9}$ D. $\frac{8}{3}$

7. 对于实数 a ， b 定义运算 “ \otimes ” 为 $a \otimes b = b^2 - ab$ ，例如： $3 \otimes 2 = 2^2 - 3 \times 2 = -2$ ，则关于 x 的方程 $(k-3) \otimes x = k-1$ 的根的情况，下列说法正确的是 ()

- A. 有两个不相等的实数根 B. 有两个相等的实数根
C. 没有实数根 D. 无法确定

8. 如果关于 x 的一元二次方程 $x^2+bx+c=0$ 有两个实数根，且其中一个根为另外一个根的 2 倍，则称这样的方程为“倍根方程”，以下关于倍根方程的说法，正确的是 ()

①方程 $x^2-x-2=0$ 是倍根方程；② $(x-2)(mx+n)=0$ 是倍根方程，则 $4m^2+5mn+n^2=0$ ；③若 p ， q 满足 $pq=2$ ，则关于 x 的方程 $px^2+3x+q=0$ 是倍根方程④若方程 $ax+bx+c=0$ 是倍根方程，则必有 $2b^2=9ac$.

- A. ①②③ B. ②③④ C. ③④ D. ②③

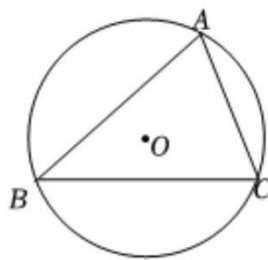
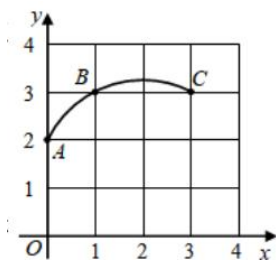
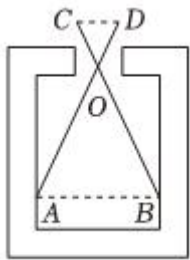
二、填空题

9. 一元二次方程 $x^2 - x = 0$ 的根是_____。

10. 设 a 是方程 $x + x - 2023 = 0$ 的一个根，则 $a^2 + a + 1$ 的值为_____。

11. 如果点 C 是线段 AB 的黄金分割点， $AC > BC$ ， $AB = 100\text{cm}$ ，则 $AC =$ _____ cm 。

12. 如图，用一个卡钳 ($AD = BC$, $\frac{OC}{OE} = \frac{OD}{OA} = \frac{1}{3}$) 测量某个零件的内孔直径 AB ，量得 CD 长为 6cm ，则 AB 等于_____ cm 。



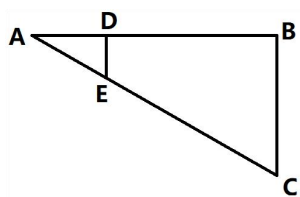
13. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，点 A , B , C 的横、纵坐标都为整数，过这三个点作一条圆弧，则此圆弧的圆心坐标为_____。

14. 如图， $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆， $\angle A = 60^\circ$ ， $BC = 4\sqrt{3}$ ，则 $\odot O$ 的半径是_____。

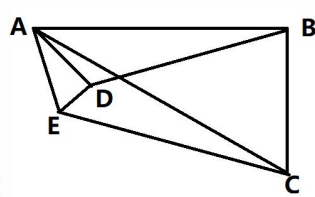
15. 已知 x_1 , x_2 是方程 $2x^2 - 3x + 1 = 0$ 的两根，则代数式 $\frac{x_1 + x_2}{1 + x_1 x_2}$ 的值为_____。

16. 已知关于 x 的二次方程 $a(x+h)^2 + k = 0$ 的解为 $x_1 = -3$, $x_2 = -\frac{5}{3}$ ，则方程 $a(x+h-\frac{5}{3})^2 + k = 0$ 的解为_____。

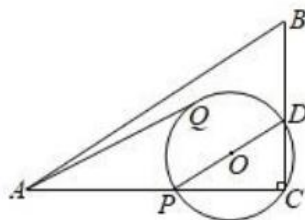
17. 如图 1，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $AB = 4$ ， $BC = 3$ ， D 是 AB 上一点，且 $AD = 1$ ，过点 D 作 $DE \parallel BC$ 交 AC 于 E ，将 $\triangle ADE$ 绕 A 点顺时针转到图 2 的位置，则图 2 中 $\frac{BD}{CE}$ 的值为_____。



1



2



18. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 10$ ，点 D 在 BC 上，且 $CD = 2$ ，点 P 是线段 AC 上一个动点，以 PD 为直径作 $\odot O$ ，点 Q 为直径 PD 上方半圆的中点，连接 AQ ，则 AQ 的最小值为_____。

三、解答题

19. 解方程：(1) $3(x-1)^2 = 12$

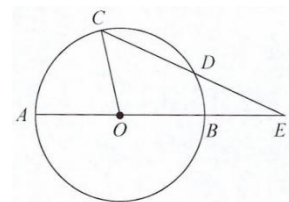
(2) $x^2 + 4x - 2 = 0$

20. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (2k+1)x + k^2 + k = 0$.

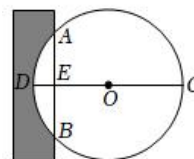
(1) 求证:无论取何值, 方程都有两个不相等的实数根

(2) 如果方程的两个实数根为 x_1, x_2 , 且 $x_1 > x_2$, 与 $\frac{x_1}{x_2}$ 都为整数, 求 k 所有可能的值

21. 如图所示, AB 为 $\odot O$ 的直径, CD 是 $\odot O$ 的弦, AB 、 CD 的延长线交于点 E , 已知 $AB = 2DE$, $\angle AEC = 20^\circ$, 求 $\angle AOC$ 的度数.



22. 《九章算术》是我国古代数学成就的杰出代表作, 书中记载: “今有中, 不知大小。以锯锯之, 深 1 寸, 锯道长 1 尺, 问经几何?” 其意思为: “如图, 今有一圆形木材在墙中, 不知其大小用锯子去锯这个木材, 锯口深 $DE = 1$ 寸, 锯道长 $AB = 10$ 寸, 问这块圆形木材的半径是多少?”



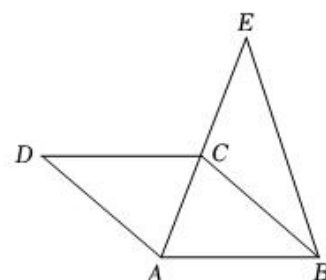
23. 某商店以每件 40 元的价格进了一批热销商品, 出售价格经过两个月的调整, 从每件 50 元上涨到每件 72 元, 此时每月可售出 188 件商品.

(1) 求该商品平均每月的价格增长率; (2) 因某些原因, 商家需尽快将这批商品售出, 决定降价出售. 经过市场调查发现: 售价每下降一元, 每个月多卖出一件, 设实际售价为 x 元, 则 x 为多少元时商品每月的利润可达到 4000 元.

24. 如图, 四边形 $ABCD$ 为菱形, 点 E 在 AC 的延长线上, $\angle ACD = \angle ABE$.

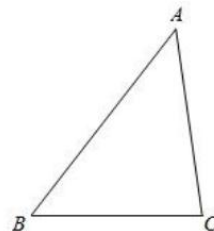
(1) 求证: $\triangle ABC \sim \triangle AEB$;

(2) 当 $AB = 6$, $AC = 4$ 时, 求 AE 的长

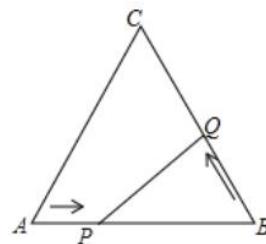


25. 尺规作图（只保留作图痕迹，不要求写出作法）。如图，已知 $\triangle ABC$ ，且 $AB > AC$ 。

（1）在 AB 边上求作点 D ，使 $DB=DC$ ；（2）在 AC 边上求作点 E ，使 $\triangle ADE \sim \triangle ACB$ 。



26. 如图，在边长为 12cm 的等边三角形 ABC 中，点 P 从点 A 开始沿 AB 边向点 B 以每秒钟 1cm 的速度移动，点 Q 从点 B 开始沿 BC 边向点 C 以每秒钟 2cm 的速度移动。若 P 、 Q 分别从 A 、 B 同时出发，其中任意一点到达目的地后，两点同时停止运动，求：（1）经过几秒后， $\triangle BPO$ 是直角三角形？（2）经过几秒 $\triangle BPO$ 的面积等于 $10\sqrt{3} \text{ cm}^2$ ？



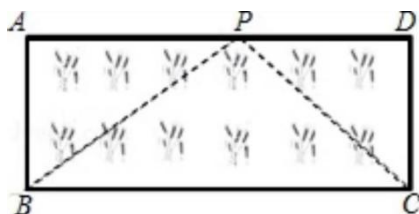
27. 阅读材料：各类方程的解法

求解一元一次方程，根据等式的基本性质，把方程转化为 $x=a$ 的形式，求解二元一次方程组，把它转化为一元一次方程来解；类似的，求解三元一次方程组，把它转化为解二元一次方程组。求解一元二次方程，把它转化为两个一元一次方程来解。求解分式方程，把它转化为整式方程来解，由于“去分母”可能产生增根，所以解分式方程必须检验。各类方程的解法不尽相同，但是它们有一个共同的基本数学思想——转化，把未知转化为已知用“转化”的数学思想，我们还可以解一些新的方程。例如，一元三次方程 $x^3+x^2-2x=0$ ，可以通过因式分解把它转化为 $x(x^2+x-2)=0$ ，解方程 $x=0$ 和 $x^2+x-2=0$ ，可得方程 $x^3+x^2-2x=0$ 的解。

（1）问题:方程 $x^3+x^2-2x=0$ 的解是 $x_1=0$ ， $x_2=$ _____， $x_3=$ _____。

（2）拓展:用“转化”思想求方程 $\sqrt{2x+3}=x$ 的解。

（3）应用：如图，已知矩形草坪 $ABCD$ 的长 $AD=8\text{m}$ ，宽 $AB=3\text{m}$ ，小华把一根长为 10m 的绳子的一端固定在点 B ，沿草坪边沿 BA ， AD 走到点 P 处，把长绳 PB 段拉直并固定在点 P ，然后沿草坪边沿 PD 、 DC 走到点 C 处，把长绳剩下的一段拉直，长绳的另一端恰好落在点 C 。求 AP 的长。



28. 如图，在 $\odot O$ 中， AB 是直径， P 为 AB 上一点，过点 P 作弦 MN ， $\angle NPB=45^\circ$

(1) 若 $AP=2$ ， $BP=6$ ，求 MN 的长；

(2) 若 $MP=3$ ， $NP=5$ ，求 AB 的长；

(3) 当 P 在 AB 上运动时 ($\angle NPB=45^\circ$ 不变)， $\frac{PM^2+PN^2}{AB^2}$ 的值是否发生变化？若不变，请求出其值；变化，请求出其范围.

