

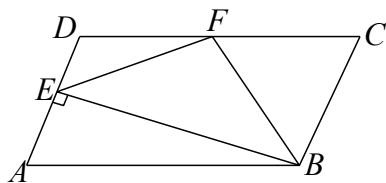
2024 春季初二数学每日一题打卡 003

003 试题来源：2022 春宁波期中第 10 题

如图，在 $\square ABCD$ 中， $CD = 2AD$ ． $BE \perp AD$ 于点 E ， F 为 DC 的中点．连结 EF ， BF ，下列结论：

- ① $\angle ABC = 2\angle ABF$ ；
- ② $\angle DEF + \angle EBF = 90^\circ$ ；
- ③ $S_{\text{四边形}DEBC} = 2S_{\triangle EFB}$
- ④ $\angle CFE = 3\angle DEF$ ，

其中正确结论的个数共有 ()



A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

试题解析

如图,在 $\square ABCD$ 中, $CD=2AD$. $BE \perp AD$ 于点 E , F 为 DC 的中点. 连结 EF , BF , 下列结论:

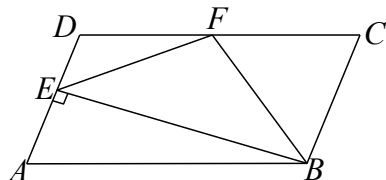
① $\angle ABC = 2\angle ABF$;

② $\angle DEF + \angle EBF = 90^\circ$;

③ $S_{\text{四边形}DEBC} = 2S_{\triangle EFB}$

④ $\angle CFE = 3\angle DEF$,

其中正确结论的个数共有()



A. 1个

B. 2个

C. 3个

D. 4个

【解答】解:如图,延长 EF 交 BC 的延长线于 G ,取 AB 的中点 H ,连接 FH .

则 $AH=BH$,

① $\because CD=2AD, DF=FC, \therefore CF=CB, \therefore \angle CFB = \angle CBF$,

\because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $\therefore CD \parallel AB, \therefore \angle CFB = \angle FBH$,

$\therefore \angle CBF = \angle FBH, \therefore \angle ABC = 2\angle ABF$. 故①正确,

② \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $\therefore AD \parallel BC, \therefore \angle D = \angle FCG$,

$\because F$ 为 DC 的中点, $\therefore DF=CF$,

在 $\triangle DFE$ 和 $\triangle CFG$ 中,
$$\begin{cases} \angle D = \angle FCG \\ DF = CF \\ \angle DFE = \angle CFG \end{cases}$$

$\therefore \triangle DFE \cong \triangle CFG(ASA), \therefore FE=FG$,

$\because BE \perp AD, \therefore \angle DEB = \angle AEB = 90^\circ$,

$\because AD \parallel BC, \therefore \angle AEB = \angle EBG = 90^\circ$,

$\therefore BF = \frac{1}{2}EG = EF, \therefore \angle BEF = \angle EBF$,

$\therefore \angle DEF + \angle BEF = 90^\circ, \therefore \angle DEF + \angle EBF = 90^\circ$, 故②正确,

③ 由②可知, $S_{\triangle DFE} = S_{\triangle CFG}, \therefore S_{\text{四边形}DEBC} = S_{\triangle EBG} = 2S_{\triangle BEF}$, 故③正确,

④ $\because AH=HB, DF=CF, AB=CD, \therefore CF=BH$,

$\because CF \parallel BH, \therefore$ 四边形 $BCFH$ 是平行四边形,

$\therefore CF=BC$,

\therefore 四边形 $BCFH$ 是菱形,

$\therefore \angle BFC = \angle BFH$,

$\because FE=FB, FH \parallel AD, BE \perp AD$,

$\therefore FH \perp BE$,

$\therefore \angle BFH = \angle EFH = \angle DEF$,

$\therefore \angle CFE = 3\angle DEF$, 故④正确;

其中正确结论的个数共有4个,

故选: D.

