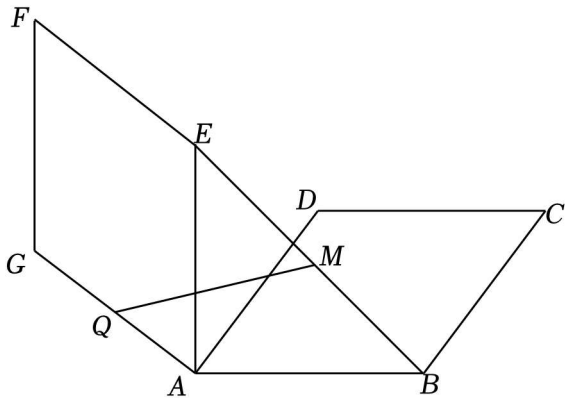


2024 春季初三数学每日一题打卡 006

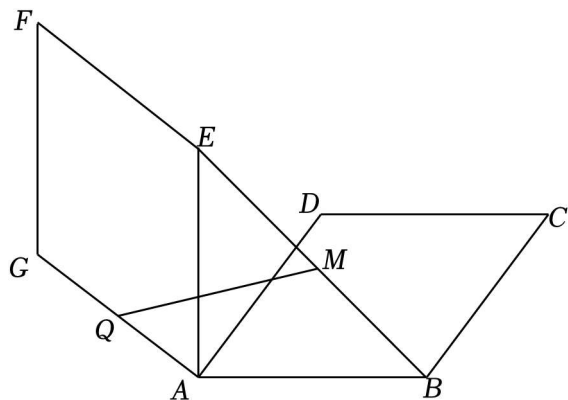
006 试题来源:2023 年春西附联考校零模第 16 题

如图,把平行四边形 $ABCD$ 绕着点 A 按逆时针方向旋转得到平行四边形 $AEFG$,取 BE 、 AG 的中点 M 、 Q ,连接 MQ ,若 $AD=8$, $AB=10\sqrt{2}$, $\angle BAD=45^\circ$,则线段 MQ 长度的最大值为_____.



试题解析

如图,把平行四边形 $ABCD$ 绕着点 A 按逆时针方向旋转得到平行四边形 $AEFG$,取 BE 、 AG 的中点 M 、 Q ,连接 MQ ,若 $AD=8$, $AB=10\sqrt{2}$, $\angle BAD=45^\circ$,则线段 MQ 长度的最大值为 $\sqrt{26}+5\sqrt{2}$.



此题有很多方式可以解决,但最常用,或最简洁的方式,即取一个中点,利用中位线找出与 Q, M 相关的两条定线段,最后三点共线时最大.核心方法:三边关系.

【解答】解:取 AE 的中点 K ,过 D 作 $DH \perp AB$ 于 H ,连接 DE , QK , KM , BD ,如图:

$$\because AD=8, \angle BAD=45^\circ,$$

$$\therefore AH=DH=\frac{AD}{\sqrt{2}}=4\sqrt{2},$$

$$\because AB=10\sqrt{2},$$

$$\therefore BH=6\sqrt{2},$$

$$\therefore BD=\sqrt{DH^2+BH^2}=2\sqrt{26},$$

\because 平行四边形 $ABCD$ 绕着点 A 按逆时针方向旋转得到平行四边形 $AEFG$,

$$\therefore EG=BD=2\sqrt{26},$$

$\because Q$ 为 AG 中点, K 为 AE 中点,

$$\therefore KQ=\frac{1}{2}EG=\sqrt{26},$$

$\because M$ 为 BE 中点, K 为 AE 中点,

$$\therefore KM=\frac{1}{2}AB=5\sqrt{2},$$

在 $\triangle MKQ$ 中, $MQ < KQ + KM$,

\therefore 当 M, K, Q 共线时, MQ 最大,如图:

$$\text{此时 } QM=KQ+KM=\sqrt{26}+5\sqrt{2},$$

$$\therefore MQ \text{ 最大为 } \sqrt{26}+5\sqrt{2},$$

故答案为: $\sqrt{26}+5\sqrt{2}$.

