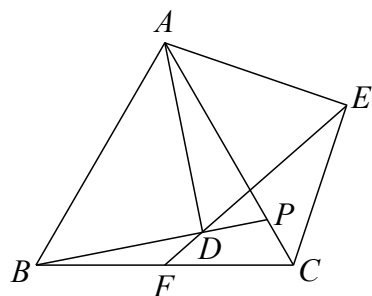


2024 春季初二数学每日一题打卡 007

007 试题来源:生生数学改编题

如图, $\triangle ABC$ 为等边三角形, 点 P 是线段 AC 上一动点 (点 P 不与 A, C 重合), 连接 BP , 过点 A 作直线 BP 的垂线段, 垂足为点 D , 将线段 AD 绕点 A 逆时针旋转 60° 得到线段 AE , 连接 DE, CE . 连接 CD , 延长 ED 交 BC 于点 F , 求证: 点 F 为 BC 中点.



试题解析

如图, $\triangle ABC$ 为等边三角形, 点 P 是线段 AC 上一动点 (点 P 不与 A, C 重合), 连接 BP , 过点 A 作直线 BP 的垂线段, 垂足为点 D , 将线段 AD 绕点 A 逆时针旋转 60° 得到线段 AE , 连接 DE, CE . 连接 CD , 延长 ED 交 BC 于点 F .

求证: 点 F 为 BC 中点.

【解答】解: 如图, 过点 C 作 CG 平行于 BP , 交 EF 延长线于点 G ,

\because 三角形 ABC 为等边三角形,

$\therefore AB = AC, \angle BAC = 60^\circ$,

由旋转得: $DA = EA, \angle DAC = 60^\circ$

$\therefore \triangle DAE$ 为等边 \triangle ,

$\therefore \angle AED = \angle EDA = 60^\circ$,

$\because \angle BAC = \angle DAE = 60^\circ$,

$\therefore \angle BAC - \angle DAC = \angle DAE - \angle DAC$,

即 $\angle BAD = \angle CAE$,

$\therefore \triangle BAD \cong \triangle CAE$, (手拉手的常见结论: 底联角等于等腰三角形顶角)

$\therefore \angle AEC = \angle ADB = 90^\circ, BD = EC$,

$\therefore \angle GEC = \angle AEC - \angle AED = 30^\circ$,

$\angle BDF = 180^\circ - \angle ADE - \angle ADB = 30^\circ$,

$\because BD \parallel GC$,

$\therefore \angle G = \angle BDF = 30^\circ$,

$\therefore \angle G = \angle GEC$,

$\therefore EC = GC$,

$\therefore BD = GC$,

在 $\triangle BDF$ 和 $\triangle CGF$ 中,

$$\begin{cases} BD = GC \\ \angle G = \angle BDF \\ \angle BFD = \angle CFG \end{cases},$$

$\therefore \triangle BFD \cong \triangle CGF$,

$\therefore BF = CF$,

\therefore 点 F 为 BC 中点.

