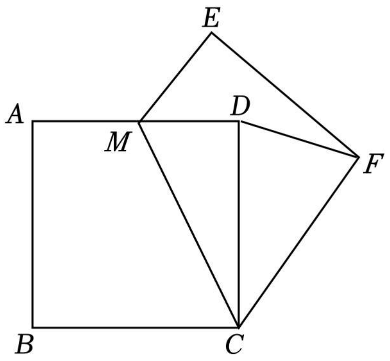
# 2024春季初三数学每日一题打卡011

**试题来源：2023.无锡中考**

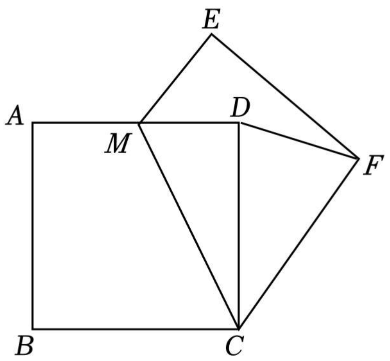
如图，正方形$ABCD$的边长为2，$M$是$AD$的中点，将四边形$ABCM$沿$CM$翻折得到四边形$EFCM$，连接$DF$，则$\sin\angle DFE$的值等于(　　)




A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$　　B. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$　　C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$　　D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

**试题解析：**

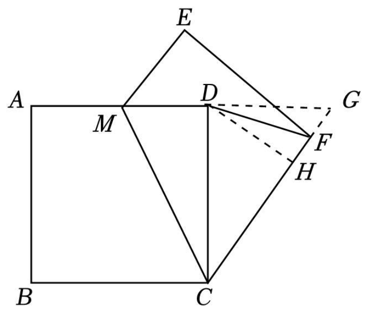
如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 2，$M$ 是 $AD$ 的中点，将四边形 $ABCM$ 沿 $CM$ 翻折得到四边形 $EFCM$，连接 $DF$，则 $\sin\angle DFE$ 的值等于 (　　)




A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$　　　B. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$　　　C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$　　　D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

【分析】由 $\angle DFE$ 与 $\angle DEC$ 互余 $\Rightarrow sin\angle DFE=cos\angle DFC$, 故需在 $\triangle CDF$ 中求出 DF，解出 $cos\angle DFC$.

【解答】解：延长 $CF$，$AD$ 交于 $G$，过 $D$ 作 $DH\perp CG$ 于 $H$，如图：




$\because$ 正方形 $ABCD$ 的边长为 2，$M$ 是 $AD$ 的中点，

$\therefore AD\parallel BC$，$DM=\frac{1}{2}AD=1$，$\therefore \angle DMC=\angle BCM$，

$\because$ 将四边形 $ABCM$ 沿 $CM$ 翻折得到四边形 $EFCM$，

$\therefore \angle BCM=\angle GCM$，$\angle EFC=\angle B=90^\circ$，$CF=BC=2$，

$\therefore \angle DMC=\angle GCM$，$\therefore GM=GC$，

设 $DG=x$，则 $GM=x+1=GC$，

在 $Rt\Delta DCG$ 中，$DG^2+CD^2=GC^2$，

$\therefore x^2+2^2=(x+1)^2$，解得 $x=1.5$，

$\therefore DG=1.5$，$GC=x+1=1.5+1=2.5$，$\therefore FG=GC-CF=2.5-2=0.5$，

$\because 2S_{\Delta CDG}=DG\cdot CD=CG\cdot DH$，$\therefore DH=\frac{DG\cdot CD}{GC}=\frac{1.5\times 2}{2.5}=1.2$，

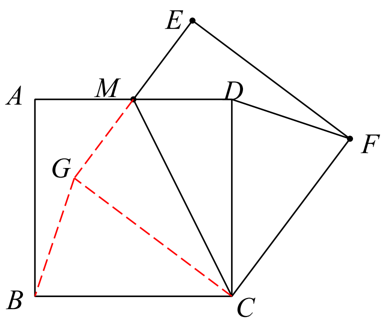
$\therefore GH=\sqrt{DG^2-DH^2}=\sqrt{1\cdot 5^2-1\cdot 2^2}=0.9$，$\therefore FH=GH-FG=0.9-0.5=0.4$，

$\therefore DF=\sqrt{FH^2+DH^2}=\sqrt{0\cdot 4^2+1\cdot 2^2}=\frac{2\sqrt{10}}{5}$；$\therefore \sin\angle FDH=\frac{FH}{DF}=\frac{0.4}{\frac{2\sqrt{10}}{5}}=\frac{\sqrt{10}}{10}$，

$\because \angle EFC=\angle DHC=90^\circ$，$\therefore DH\parallel EF$，$\therefore \angle FDH=\angle DFE$，$\therefore \sin\angle DFE=\frac{\sqrt{10}}{10}$；

故选：$A$.

【点评】本题考查正方形中的翻折问题，涉及勾股定理及应用，解题的关键是掌握正方形性质和翻折的性质.




解法②: 延长 EM，过点 C 作 CG $\perp EM$, 垂足为 G，连 GB

由 $\begin{cases} EM\parallel FC \\ FE\perp EM \\ CG\perp EM \end{cases}\Rightarrow GC=EF=CD=2\Rightarrow G,D$ 是对称点

由对称 $\Rightarrow \angle DFE=\angle GBA, \angle GBA$ 与 $\angle GBC$ 互余

在等腰 △ 中过 C 作 CN $\perp BG\Rightarrow \angle MCN=45^\circ$

由 12345 模型 $\Rightarrow \angle ABG=\angle BCN, \sin\angle DFE=\frac{\sqrt{10}}{10}$