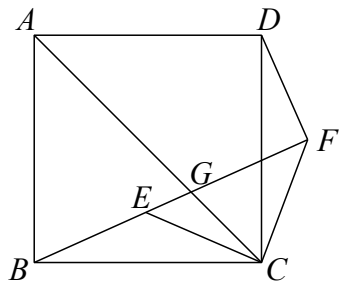


2024 春季初二数学每日一题打卡 016

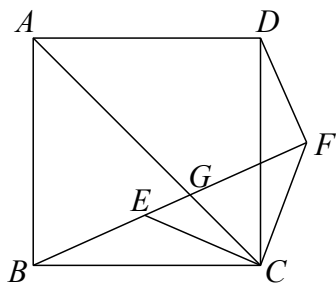
016 试题来源：苏州模拟改编

如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 $13\sqrt{2}$ ，点 E 是正方形 $ABCD$ 内一点，将 $\triangle BCE$ 绕着点 C 顺时针旋转 90° ，点 E 的对应点 F 和点 B, E 三点在一条直线上， BF 与对角线 AC 相交于点 G ，若 $DF = 10$ ，则 GF 的长为_____.



试题解析

如图,正方形 $ABCD$ 的边长为 $13\sqrt{2}$, 点 E 是正方形 $ABCD$ 内一点, 将 $\triangle BCE$ 绕着点 C 顺时针旋转 90° , 点 E 的对应点 F 和点 B, E 三点在一条直线上, BF 与对角线 AC 相交于点 G , 若 $DF = 10$, 则 GF 的长为 $\frac{119}{12}$.



【点拨】由正方形和等腰直角 $\triangle CEF$, 想到 $\triangle BEC$ 和 $\triangle DFC$ 的手拉手全等。由共线, 想到用平角 180° 减去 $\angle CEF$ 的 45° 后, 得到 $\angle BEC$ 的 135° , 此时, $\angle DFC$ 也等于 135° , 减去 $\angle CFE$ 的 45° , 得到 $\angle DFB$ 为直角。

【解答】解: 连接 DG, BD ,

\because 四边形 $ABCD$ 为正方形,

$\therefore BC = CD, \angle BCD = 90^\circ, BD = \sqrt{2}BC = 26$,

由题意, $\triangle CEF$ 为等腰直角三角形,

$\therefore CE = CF, \angle ECF = 90^\circ, \angle CEF = \angle CFE = 45^\circ$,

$\therefore \angle BCD - \angle ECD = \angle ECF - \angle ECD$,

即 $\angle DCF = \angle BCE$,

在 $\triangle DCF$ 和 $\triangle BCE$ 中,

$$\begin{cases} BC = DC \\ \angle DCF = \angle BCE \\ EC = FC \end{cases}$$

$\therefore \triangle DCF \cong \triangle BCE$,

$\therefore \angle BEC = \angle DFC$,

$\because \angle CEF = \angle CFE = 45^\circ$,

$\therefore \angle BEC = 135^\circ = \angle DFC$,

$\therefore \angle DFB = 90^\circ$,

\therefore 在 $Rt\triangle DBF$ 中, $BF = \sqrt{BD^2 - DF^2} = 24cm$,

设 $GF = x$, 则 $BG = (24 - x)$, 由正方形的对称性得 $DG = BG = (24 - x)$,

\therefore 在 $Rt\triangle DGF$ 中, $(24 - x)^2 = 10^2 + x^2$, 解得 $x = \frac{119}{12}$, $\therefore GF = \frac{119}{12}$.

