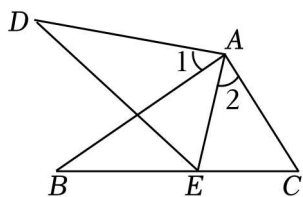
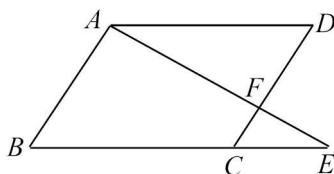


2024 春季初二数学期末每日一练 009

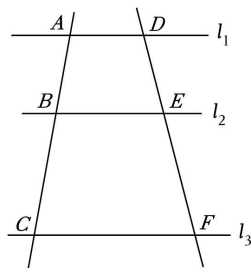
1. 若 $\frac{a+b}{a} = \frac{3}{2}$, 则 $\frac{b}{a}$ 的值为 ____.
2. 如图, $\angle 1 = \angle 2$, 要使 $\triangle ABC \sim \triangle ADE$, 还需要添加一个条件 ____.
3. 如图, E 是平行四边形 $ABCD$ 边 BC 的延长线上一点, $BC = 2CE$, 则 $CF:DF =$ ____.
4. 若关于 x 的方程 $\frac{x+m}{x-3} + \frac{3m}{3-x} = 3$ 的解为正数, 则 m 的取值范围是 ____.
5. 如图, 直线 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$, 直线 AC 交 l_1, l_2, l_3 于点 A, B, C ; 直线 DF 交 l_1, l_2, l_3 于点 D, E, F , 已知 $\frac{AB}{AC} = \frac{1}{3}$, $DE = 2$, 则 $EF =$ ____.



第 2 题图

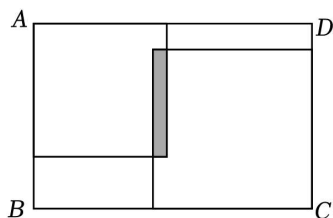


第 3 题图

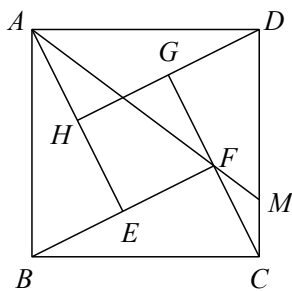


第 5 题图

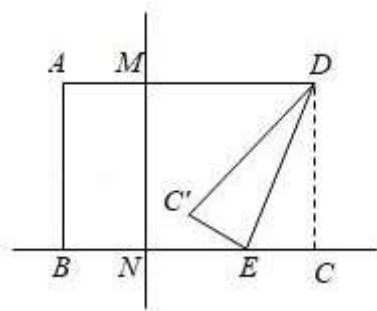
6. 如图, 把两个边长不等的正方形放置在周长为 48 的长方形 $ABCD$ 内, 两个正方形中均有一组邻边分别落在长方形 $ABCD$ 的一组邻边上. 如果两个正方形的周长和为 60, 那么这两个正方形的重叠部分 (图中阴影部分所示) 的周长为 ()
A. 6 B. 8 C. 10 D. 12



第 6 题图



第 7 题图



第 8 题图

7. 如图, 边长为 5 的大正方形 $ABCD$ 是由四个全等的直角三角形和一个小正方形 $EFGH$ 组成, 连结 AF 并延长交 CD 于点 M . 若 $AH = GH$, 则 CM 的长为 ()
A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{3}{4}$ C. 1 D. $\frac{5}{4}$
8. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 5$, $BC = 6$, 点 M, N 分别在 AD, BC 上, 且 $3AM = AD$, $3BN = BC$, E 为直线 BC 上一动点, 连接 DE , 将 $\triangle DCE$ 沿 DE 所在直线翻折得到 $\triangle DC'E$, 当点 C' 恰好落在直线 MN 上时, CE 的长为 ____.

9. 如图是由小正方形组成的 9×6 网格, 每个小正方形的顶点叫做格点. $\triangle ABC$ 的三个顶点都是格点. 仅用无刻度的直尺在给定网格中完成画图.

- (1) 在图(1)中, D 是边 AB 上一点, E 是边 AC 的中点. 将点 D 绕点 E 旋转 180° 得到点 F , 请画出点 F ;
- (2) 在图(2)中, P 是边 AB 上一点, 请画出点 Q , 使 P 、 Q 两点关于直线 AC 对称.

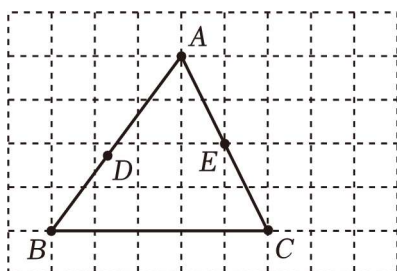


图 1

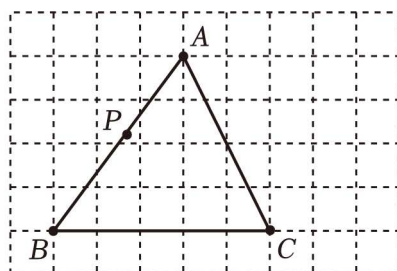
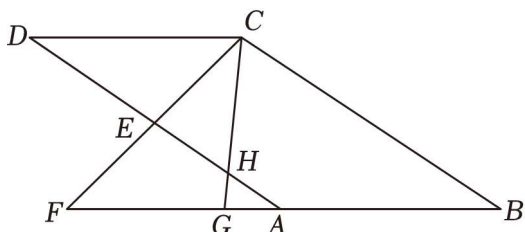


图 2

10. 如图, $\square ABCD$ 中, 点 E 是 AD 的中点, 连结 CE 并延长交 BA 的延长线于点 F .

- (1) 求证: $AF = AB$;
- (2) 点 G 是线段 AF 上一点, 满足 $\angle FCG = \angle FCD$, CG 交 AD 于点 H , 若 $AG = 2$, $FG = 6$, 求 CH 的长.



11. 如图 1, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 3$, $BC = 4$, 将矩形 $ABCD$ 绕点 A 按逆时针方向旋转得到矩形 $AEFG$, 连接 DF 、 DG .

- (1) 如图 2, 点 E 落在对角线 BD 上, AD 与 EF 相交于点 H ,
 - ① 连接 AF , 求证: 四边形 $ABDF$ 是平行四边形;
 - ② 求线段 AH 的长度;
- (2) 在矩形 $AEFG$ 绕点 A 旋转一周的过程中, $\triangle DFG$ 面积的最大值为 ____.

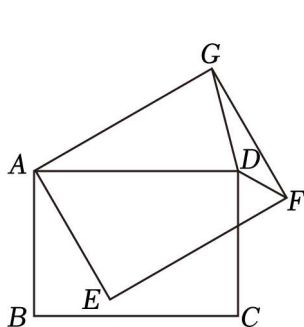


图1

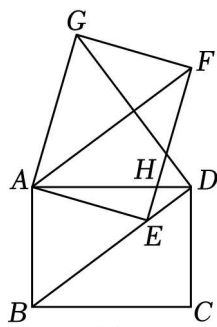


图2

2024 春季初二数学期末每日一练 009 答案解析

1. 若 $\frac{a+b}{a} = \frac{3}{2}$, 则 $\frac{b}{a}$ 的值为 $-\frac{1}{2}$.

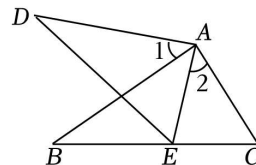
【解答】解: $\because \frac{a+b}{a} = \frac{3}{2}, \therefore \frac{a+b-a}{a} = \frac{3-2}{2}$, 即 $\frac{b}{a} = \frac{1}{2}$.

2. 如图, $\angle 1 = \angle 2$, 要使 $\triangle ABC \sim \triangle ADE$, 还需要添加一个条件 $\angle D = \angle B$ 或 $\angle C = \angle AED$ 或 $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$.

【解答】解: $\because \angle 1 = \angle 2$,

$\therefore \angle 1 + \angle BAE = \angle 2 + \angle BAE$, 即 $\angle BAC = \angle DAE$,

所以, 添加的条件为 $\angle D = \angle B$ 或 $\angle C = \angle AED$ 或 $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$.

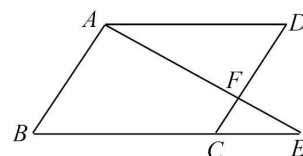


3. 如图, E 是平行四边形 $ABCD$ 边 BC 的延长线上一点, $BC = 2CE$, 则 $CF:DF = 1:2$.

【解答】解: \because 四边形 $ABCD$ 为平行四边形, $\therefore AD \parallel BC, AD = BC$,

$\therefore \triangle CEF \sim \triangle DAF, \therefore \frac{CF}{DF} = \frac{CE}{AD}$,

$\because BC = 2CE, \therefore AD = 2CE$, 即 $\frac{CE}{AD} = \frac{1}{2}, \therefore \frac{CF}{DF} = \frac{1}{2}$, 即 $CF:DF = 1:2$.



4. 若关于 x 的方程 $\frac{x+m}{x-3} + \frac{3m}{3-x} = 3$ 的解为正数, 则 m 的取值范围是 $m < \frac{9}{2}$ 且 $m \neq \frac{3}{2}$.

【解答】解: $\frac{x+m}{x-3} + \frac{3m}{3-x} = 3$, 方程两边同乘以 $x-3$, 得 $x+m-3m=3(x-3)$

去括号, 得 $x+m-3m=3x-9$ 移项及合并同类项, 得 $2x=-2m+9$ 系数化为 1, 得 $x = \frac{-2m+9}{2}$,

\because 关于 x 的方程 $\frac{x+m}{x-3} + \frac{3m}{3-x} = 3$ 的解为正数且 $x-3 \neq 0$,

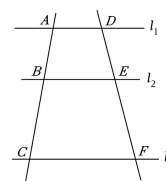
$\therefore \begin{cases} \frac{-2m+9}{2} > 0 \\ \frac{-2m+9}{2} - 3 \neq 0 \end{cases}$, 解得, $m < \frac{9}{2}$ 且 $m \neq \frac{3}{2}$.

5. 如图, 直线 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$, 直线 AC 交 l_1, l_2, l_3 于点 A, B, C ; 直线 DF 交 l_1, l_2, l_3 于点 D, E, F , 已知 $\frac{AB}{AC} = \frac{1}{3}$, $DE = 2$, 则 $EF = 4$.

【解答】解: $\because l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$,

$\therefore \frac{AB}{AC} = \frac{DE}{DF}$, 即 $\frac{1}{3} = \frac{2}{DF}$,

解得: $DF = 6, \therefore EF = DF - DE = 6 - 2 = 4$, 故答案为: 4.



6. 如图, 把两个边长不等的正方形放置在周长为 48 的长方形 $ABCD$ 内, 两个正方形中均有一组邻边分别落在长方形 $ABCD$ 的一组邻边上. 如果两个正方形的周长和为 60, 那么这两个正方形的重叠部分 (图中阴影部分所示) 的周长为 ()

A. 6

B. 8

C. 10

D. 12

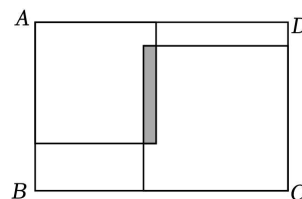
【解答】解: 设较小的正方形边长为 x , 较大的正方形边长为 y , 阴影部分的长和宽分别为 a, b ,

\because 两个正方形的周长和为 60, $\therefore 4x + 4y = 60, \therefore x + y = 15$,

$\therefore BC = x + y - b, AB = x + y - a, \therefore$ 长方形 $ABCD$ 的周长为 48,

$\therefore BC + AB = 24, \therefore x + y - b + x + y - a = 24$,

$\therefore 30 - a - b = 24, \therefore a + b = 6, \therefore 2(a + b) = 12, \therefore$ 阴影部分的周长为 12,



7. 如图,边长为5的大正方形 $ABCD$ 是由四个全等的直角三角形和一个小正方形 $EFGH$ 组成,连结 AF 并延长交 CD 于点 M . 若 $AH = GH$, 则 CM 的长为()

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{3}{4}$

C. 1

D. $\frac{5}{4}$

【解答】解:过点 M 作 $MN \perp FC$ 于点 N , 设 FA 与 GH 交于点 K , 如图,

\because 四边形 $EFGH$ 是正方形, $\therefore HE = HG = GF = EF$, $AH \parallel GF$,

$\because AH = GH$, $\therefore AH = HE = GF = EF$.

由题意得: $Rt\triangle ABE \cong Rt\triangle BCF \cong Rt\triangle ADH \cong Rt\triangle CDG$,

$\therefore BE = CF = AH = DG$, $\angle BAE = \angle DCG$. $\therefore BE = EF = GF = FC$.

$\because AE \perp BF$, $\therefore AB = AF$, $\therefore \angle BAE = \angle FAE$, $\therefore \angle DCG = \angle FAE$,

$\because AE \parallel GC$, $\therefore \angle FAE = \angle GFK$.

$\because \angle GFK = \angle CFM$, $\therefore \angle CFM = \angle DCG$, $\therefore MF = MC$,

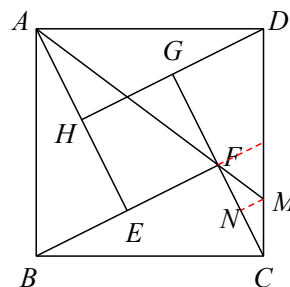
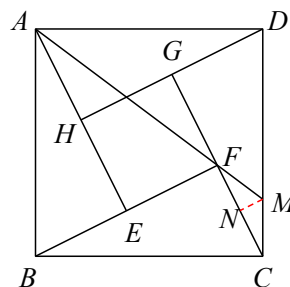
$\because MN \perp FC$, $\therefore FN = NC = \frac{1}{2}FC$.

延长 BF 交 CD 于点 P , 如图,

$\because PF \parallel MN$, $\therefore MN$ 为 $\triangle CFP$ 的中位线, $\therefore CM = \frac{1}{2}CP$,

同理: PF 为 $\triangle CGD$ 的中位线,

$\therefore CP = \frac{1}{2}CD$, $\therefore CM = \frac{1}{4}CD$, $\therefore CM = \frac{5}{4}$.



8. 如图,在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 5$, $BC = 6$, 点 M , N 分别在 AD , BC 上, 且

$3AM = AD$, $3BN = BC$, E 为直线 BC 上一动点, 连接 DE , 将 $\triangle DCE$ 沿 DE 所在直线翻折得到 $\triangle DC'E$,

当点 C' 恰好落在直线 MN 上时, CE 的长为 2.5 或 10.

【解答】解: 设 $CE = x$, 则 $C'E = x$, 当 E 点在线段 BC 上时, 如图1,

\because 矩形 $ABCD$ 中, $AB = 5$, $\therefore CD = AB = 5$, $AD = BC = 6$, $AD \parallel BC$,

\because 点 M , N 分别在 AD , BC 上, 且 $3AM = AD$, $3BN = BC$, $\therefore DM = CN = 4$,

\therefore 四边形 $CDMN$ 为平行四边形,

$\because \angle NCD = 90^\circ$, \therefore 四边形 $MNCD$ 是矩形,

$\therefore \angle DMN = \angle MNC = 90^\circ$, $MN = CD = 5$ 由折叠知, $C'D = CD = 5$,

$\therefore MC' = \sqrt{C'D^2 - MD^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$, $\therefore C'N = 5 - 3 = 2$,

$\because EN = CN - CE = 4 - x$, $\therefore C'E^2 - NE^2 = C'D^2$, $\therefore x^2 - (4 - x)^2 = 2^2$,

解得, $x = 2.5$, 即 $CE = 2.5$;

当 E 点在 CB 的延长线上时, 如图2,

\because 矩形 $ABCD$ 中, $AB = 5$, $\therefore CD = AB = 5$, $AD = BC = 6$, $AD \parallel BC$,

\because 点 M , N 分别在 AD , BC 上, 且 $3AM = AD$, $3BN = BC$, $\therefore DM = CN = 4$,

\therefore 四边形 $CDMN$ 为平行四边形,

$\because \angle NCD = 90^\circ$,

\therefore 四边形 $MNCD$ 是矩形,

$\therefore \angle DMN = \angle MNC = 90^\circ$, $MN = CD = 5$

由折叠知, $C'D = CD = 5$,

$\therefore MC' = \sqrt{C'D^2 - MD^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$,

$\therefore C'N = 5 + 3 = 8$,

$\because EN = CE - CN = x - 4$, $C'E^2 - NE^2 = C'D^2$,

$\therefore x^2 - (x - 4)^2 = 8^2$, 解得, $x = 10$, 即 $CE = 10$; 综上, $CE = 2.5$ 或 10 .

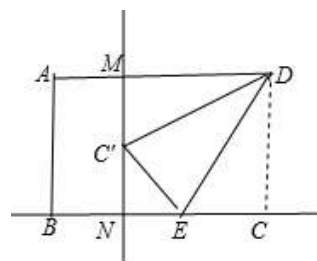


图1

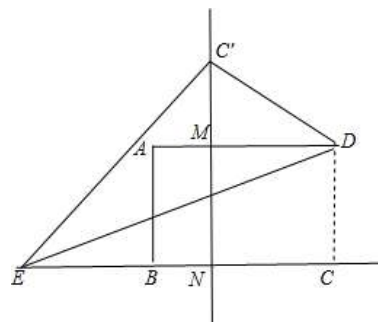


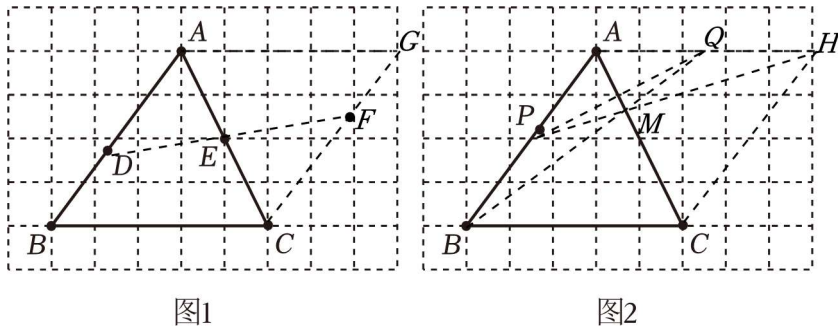
图2

9. 如图是由小正方形组成的 9×6 网格, 每个小正方形的顶点叫做格点. $\triangle ABC$ 的三个顶点都是格点. 仅用无刻度的直尺在给定网格中完成画图.

(1) 在图 (1) 中, D 是边 AB 上一点, E 是边 AC 的中点. 将点 D 绕点 E 旋转 180° 得到点 F , 请画出点 F ;

(2) 在图 (2) 中, P 是边 AB 上一点, 请画出点 Q , 使 P 、 Q 两点关于直线 AC 对称.

【解答】解: (1) 如图 (1) 中, 点 F 即为所求;



(2) 如图 (2) 中, 点 Q 即为所求. 理由如下: 由 (1) 知: 四边形 $ABCG$ 是菱形, $\therefore MB = MH$, $AB = AH$,
 $\therefore AM = AM$, $\therefore \triangle ABM \cong \triangle AHM (SSS)$, $\therefore \angle ABM = \angle AHM$,
 $\therefore \angle PMB = \angle QMH$, $MB = MH$, $\therefore \triangle PBM \cong \triangle QHM (ASA)$, $\therefore PM = QM$, $PB = QH$,
 $\therefore AP = AQ$, $\therefore AM$ 是 PQ 的垂直平分线, $\therefore P$ 、 Q 两点关于直线 AC 对称.

10. 如图, $\square ABCD$ 中, 点 E 是 AD 的中点, 连结 CE 并延长交 BA 的延长线于点 F .

(1) 求证: $AF = AB$;

(2) 点 G 是线段 AF 上一点, 满足 $\angle FCG = \angle FCD$, CG 交 AD 于点 H , 若 $AG = 2$, $FG = 6$, 求 CH 的长.

【解答】(1) 证明: \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $\therefore AD \parallel BC$, $CD \parallel AB$, $\therefore \angle D = \angle FAD$, $\angle DCE = \angle F$,
 $\because E$ 是 AD 的中点, $\therefore DE = AE$,
 $\therefore \triangle CDE \cong \triangle FAE (AAS)$,

$\therefore CE = FE$,

$\therefore AE \parallel BC$,

$\therefore \frac{FA}{AB} = \frac{FE}{CE} = 1$,

$\therefore AF = AB$;

(2) 解: $\because AG = 2$, $FG = 6$,

$\therefore AF = FG + AG = 6 + 2 = 8$,

$\therefore AB = AF = 8$,

\because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore CD = AB = 8$,

$\therefore \angle DCE = \angle F$, $\angle FCG = \angle FCD$,

$\therefore \angle F = \angle FCG$,

$\therefore CG = FG = 6$,

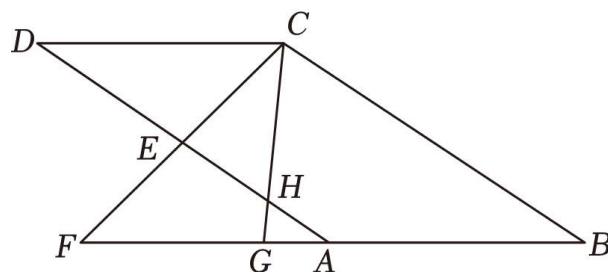
$\therefore CD \parallel AF$,

$\therefore \triangle DCH \sim \triangle AGH$,

$\therefore \frac{CD}{AG} = \frac{CH}{GH}$, 即 $\frac{8}{2} = \frac{6 - GH}{GH}$,

$\therefore GH = 1.2$,

$\therefore CH = GC - GH = 4.8$.



11. 如图1,在矩形 $ABCD$ 中, $AB=3$, $BC=4$,将矩形 $ABCD$ 绕点 A 按逆时针方向旋转得到矩形 $AEFG$, 连接 DF 、 DG .

(1) 如图2,点 E 落在对角线 BD 上, AD 与 EF 相交于点 H ,

①连接 AF ,求证:四边形 $ABDF$ 是平行四边形;

②求线段 AH 的长度;

(2) 在矩形 $AEFG$ 绕点 A 旋转一周的过程中, $\triangle DFG$ 面积的最大值为 12.

【解答】(1) ①证明:如图,

\because 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$\therefore AD=BC$, $\angle BAD=\angle ABC=90^\circ$,

\because 旋转,

$\therefore AE=AB$, $EF=BC=AD$, $\angle 1=\angle ABC=\angle BAD=90^\circ$,

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle EAF$ 中,

$$\begin{cases} AB=AE \\ \angle BAD=\angle 1, \therefore \triangle ABD \cong \triangle EAF(SAS), \therefore \angle 2=\angle EAF, BD=AF, \\ AD=EF \end{cases}$$

$\because AB=AE$, $\therefore \angle 3=\angle 2=\angle EAF$, $\therefore AF \parallel BD$,

又 $\because AF=BD$, \therefore 四边形 $ABDF$ 是平行四边形;

②解:设 $HD=x$,则 $AH=4-x$,

\because 四边形 $ABDF$ 是平行四边形,

$\therefore AB \parallel DF$, $AB=DF$,

$\therefore \angle ADF=\angle BAD=90^\circ$,

又 $\because \angle 1=90^\circ$,

$\therefore \angle ADF=\angle 1$,

$\because AE=AB$, $AB=DF$,

$\therefore AE=DF$,

$$\text{在 } \triangle AEH \text{ 和 } \triangle FDH \text{ 中, } \begin{cases} \angle AHE=\angle FHD \\ \angle 1=\angle HDF \\ AE=FD \end{cases},$$

$\therefore \triangle AEH \cong \triangle FDH(SAS)$, $\therefore HE=HD=x$,

$\because \angle 1=90^\circ$, $\therefore EA^2+EH^2=AH^2$,

又 $\because AH=4-x$, $EA=AB=3$, $EH=x$,

$$\therefore 3^2+x^2=(4-x)^2, \therefore x=\frac{7}{8}, \therefore AH=4-x=\frac{25}{8}.$$

(2) 解: \because 将矩形 $ABCD$ 绕点 A 按逆时针方向旋转得到矩形 $AEFG$,

\therefore 旋转过程中, GF 是定值,

当 D, A, G 三点共时, 三角形 DFG 的面积最大, 如图,

此时 $DG=8$,

$$\therefore S_{\triangle DFG}=\frac{1}{2}FG \cdot DG=\frac{1}{2} \times 3 \times 8=12,$$

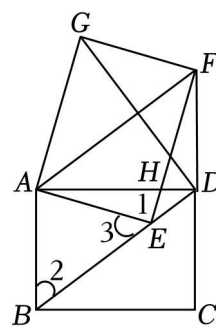


图2

