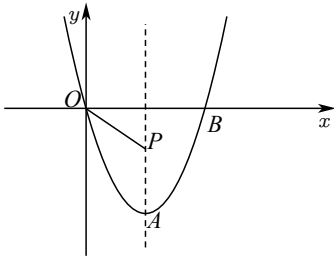


2024 秋季初三数学每日一题打卡 002

001 试题来源：2023 春南通校级月考第 10 题

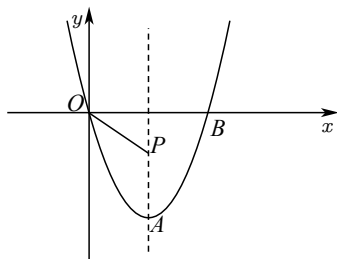
如图，在平面直角坐标系中，抛物线  $y = \frac{\sqrt{3}}{2}x^2 - 2\sqrt{3}x$  的顶点为  $A$  点，且与  $x$  轴的正半轴交于点  $B$ ， $P$  点是该抛物线对称轴上的一点，则  $OP + \frac{1}{2}AP$  的最小值为 ( )



- A. 3
- B.  $2\sqrt{3}$
- C.  $\frac{3+2\sqrt{3}}{2}$
- D.  $\frac{3+2\sqrt{3}}{4}$

### 试题解析

如图,在平面直角坐标系中,抛物线  $y = \frac{\sqrt{3}}{2}x^2 - 2\sqrt{3}x$  的顶点为  $A$  点,且与  $x$  轴的正半轴交于点  $B$ ,  $P$  点是该抛物线对称轴上的一点,则  $OP + \frac{1}{2}AP$  的最小值为( )



A. 3

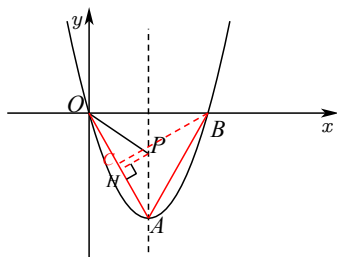
B.  $2\sqrt{3}$

C.  $\frac{3+2\sqrt{3}}{2}$

D.  $\frac{3+2\sqrt{3}}{4}$

**【分析】**连接  $AO$ 、 $AB$ 、 $PB$ ,作  $PH \perp OA$  于  $H$ ,  $BC \perp AO$  于  $C$ ,首先证明  $\triangle AOB$  为等边三角形,接着利用  $\angle OAP = 30^\circ$  得到  $PH = \frac{1}{2}AP$ ,利用抛物线的对称性得到  $PO = PB$ ,所以  $OP + \frac{1}{2}AP = PB + PH$ ,根据两点之间线段最短得到当  $H$ 、 $P$ 、 $B$  共线时,  $PB + PH$  的值最小,最小值为  $BC$  的长,然后计算出  $BC$  的长即可.

**【解答】**解:连接  $AO$ 、 $AB$ 、 $PB$ ,作  $PH \perp OA$  于  $H$ ,  $BC \perp AO$  于  $C$ ,如图,当  $y = 0$  时,  $\frac{\sqrt{3}}{2}x^2 - 2\sqrt{3}x = 0$ ,解得  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = 4$ ,则  $B(4,0)$ ,



$$y = \frac{\sqrt{3}}{2}x^2 - 2\sqrt{3}x = \frac{\sqrt{3}}{2}(x-2)^2 - 2\sqrt{3}, \text{ 则 } A(2, 2\sqrt{3}),$$

$$\therefore OA = \sqrt{2^2 + (2\sqrt{3})^2} = 4,$$

$$\therefore AB = AO = OB = 4,$$

$$\therefore \triangle AOB \text{ 为等边三角形},$$

$$\therefore \angle OAP = 30^\circ,$$

$$\therefore PH = \frac{1}{2}AP,$$

$$\because AP \text{ 垂直平分 } OB,$$

$$\therefore PO = PB,$$

$$\therefore OP + \frac{1}{2}AP = PB + PH,$$

当  $H$ 、 $P$ 、 $B$  共线时,  $PB + PH$  的值最小,最小值为  $BC$  的长,

$$\text{而 } BC = \frac{\sqrt{3}}{2}AB = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore OP + \frac{1}{2}AP \text{ 的最小值为 } 2\sqrt{3}.$$

故选: B.