

## 2024 秋季初二数学每日一题打卡 003

### 003 试题来源：2022 秋镇江丹阳期中第 28 题

知识呈现：如果一条直线（线段）把一个平面图形的面积分成相等的两部分，我们把这条直线（线段）称为这个平面图形的一条面积等分线（段）。如三角形的一条中线就是三角形的一条面积等分线段。

(1) 如图 1,  $AD$  是  $\triangle ABC$  的中线, 若  $S_{\triangle ABC} = 8$ , 则  $S_{\triangle ABD} =$  \_\_\_\_\_;

知识迁移:

(2) 如图 2,  $AD \parallel BC$ , 连接  $AB$ 、 $AC$ 、 $BD$ 、 $CD$ , 分别过点  $A$  和  $D$ , 作  $AF \perp BC$  于点  $F$ ,  $DE \perp BC$  于点  $E$ , 若  $BC = 6$ ,  $AF = 4$ , 则  $S_{\triangle BCD} =$  \_\_\_\_\_;

类比探究:

(3) 小明通过研究, 发现过四边形的某一顶点的直线可以将该四边形分为面积相等的两部分. 他画出了如下示意图 (如图 3), 得到了符合要求的直线  $AF$ .

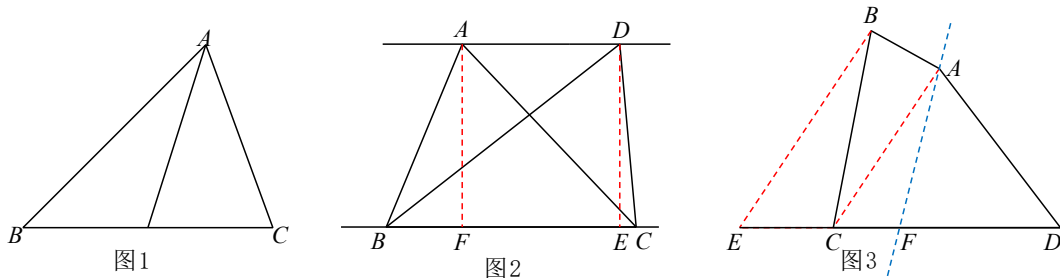
小明的作图步骤如下:

第一步: 连接  $AC$ ;

第二步: 过点  $B$  作  $BE \parallel AC$  交  $DC$  的延长线于点  $E$ ;

第三步: 取  $ED$  中点  $F$ , 作直线  $AF$ ; 则直线  $AF$  即为所求.

求证:  $AF$  是四边形  $ABCD$  的面积等分线;



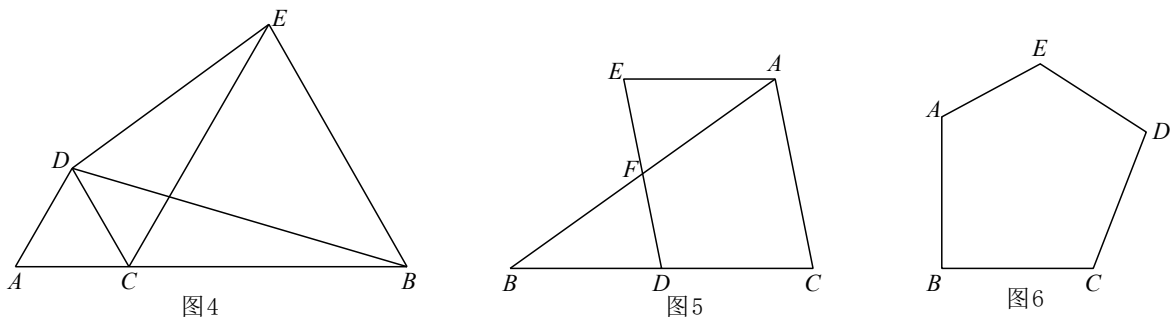
问题解决:

(4) 如图 4, 点  $C$  是线段  $AB$  上任意一点, 分别以  $AC$ 、 $BC$  为边在线段  $AB$  同侧构造等边三角形  $ACD$  和等边三角形  $CBE$ , 若  $\triangle CBE$  的面积是 5, 则  $S_{\triangle EBD} =$  \_\_\_\_\_;

(5) 如图 5,  $AD$  是  $\triangle ABC$  的中线, 沿  $AD$  翻折  $\triangle ADC$ , 使点  $C$  落在点  $E$  处,  $DE$  交  $AB$  于  $F$ , 若  $\triangle ADE$  与  $\triangle ADB$  重叠部分面积等于  $\triangle ABC$  面积的  $\frac{1}{4}$ , 则下列结论中正确的有 \_\_\_\_\_ (填序号).

①  $CD = AE$ ;      ②  $CD \parallel AE$ ;      ③  $\angle E = 60^\circ$ ;      ④  $DE \perp AB$ .

(6) 为落实《关于加强中小学生劳动教育的意见》, 加强学生劳动教育工作, 更好地培养学生的劳动兴趣, 促进学生身心健康发展, 学校开辟了一块五边形的土地 (如图 6), 现决定画一条直线把五边形土地分为两块, 其中一块地用来种白菜, 要求两块地面积相同. 请你过点  $E$  构造一条直线, 将五边形  $ABCDE$  分为面积相等的两部分 (选择合适工具作图, 保留痕迹, 不必说明理由).



## 试题解析

(1) 如图1,  $AD$  是  $\triangle ABC$  的中线, 若  $S_{\triangle ABC} = 8$ , 则  $S_{\triangle ABD} = \underline{4}$ ;

(1) 解:  $\because AD$  是  $\triangle ABC$  的中线,  $\therefore BD = CD$ ,  $\therefore S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC}$ ,

$\because S_{\triangle ABC} = 8$ ,  $\therefore S_{\triangle ABD} = 4$ , 故答案为: 4; (中线平分面积)

知识迁移: (2) 如图2,  $AD \parallel BC$ , 连接  $AB$ 、 $AC$ 、 $BD$ 、 $CD$ , 分别过点  $A$  和  $D$ , 作  $AF \perp BC$  于点  $F$ ,  $DE \perp BC$  于点  $E$ , 若  $BC = 6$ ,  $AF = 4$ , 则  $S_{\triangle BCD} = \underline{12}$ ;

(2) 解:  $\because AD \parallel BC$ ,  $AF \perp BC$ ,  $DE \perp BC$ ,  $\therefore DE = AF = 4$ ,  $\therefore S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} BC \cdot DE = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12$ ,

故答案为: 12; (平行线同底等高面积相等)

类比探究: (3) 小明通过研究, 发现过四边形的某一顶点的直线可以将该四边形分为面积相等的两部分. 他画出了如下示意图 (如图3), 得到了符合要求的直线  $AF$ .

(3) 证明: 如图3, 连接  $AE$ ,

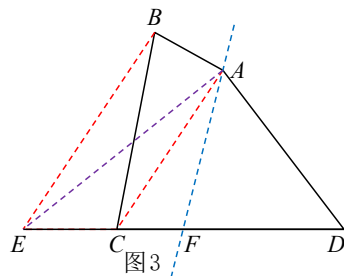
$\because BE \parallel AC$ ,  $\therefore S_{\triangle ABC} = S_{\triangle AEC}$ , (等底等高的三角形面积相等)

$\therefore S_{\triangle ABC} + S_{\triangle ACD} = S_{\triangle AEC} + S_{\triangle ACD}$ , 即  $S_{\text{四边形 } ABCD} = S_{\triangle ADE}$ ,

$\because$  点  $F$  是  $ED$  的中点,  $\therefore EF = DF$ ,

$\therefore S_{\triangle AEF} = S_{\triangle ADF} = \frac{1}{2} S_{\triangle ADE} = \frac{1}{2} S_{\text{四边形 } ABCD}$ ,

即  $AF$  是四边形  $ABCD$  的面积等分线;



问题解决: (4) 如图4, 点  $C$  是线段  $AB$  上任意一点, 分别以  $AC$ 、 $BC$  为边在线段  $AB$  同侧构造等边三角形  $ACD$  和等边三角形  $CBE$ , 若  $\triangle CBE$  的面积是 5, 则  $S_{\triangle EBD} = \underline{5}$ ;

(4) 解: 如图4,  $\because \triangle ACD$  和  $\triangle BCE$  是等边三角形,  $\therefore \angle ACD = \angle CBE = 60^\circ$ ,

$\therefore CD \parallel BE$ ,  $\therefore S_{\triangle EBD} = S_{\triangle CBE} = 5$ , 故答案为: 5. (挖掘题干中隐含的面积相等的元素)

(5) 如图5,  $AD$  是  $\triangle ABC$  的中线, 沿  $AD$  翻折  $\triangle ADC$ , 使点  $C$  落在点  $E$  处,  $DE$  交  $AB$  于  $F$ , 若  $\triangle ADE$  与  $\triangle ADB$  重叠部分面积等于  $\triangle ABC$  面积的  $\frac{1}{4}$ , 则下列结论中正确的有 ①② (填序号).

①  $CD = AE$ ;      ②  $CD \parallel AE$ ;      ③  $\angle E = 60^\circ$ ;      ④  $DE \perp AB$ .

(5) 解: 如图5, 连接  $AD$ , 由翻折得:  $CD = DE$ ,  $AC = AE$ ,  $\angle E = \angle C$ ,  $\triangle ADE \cong \triangle ADC$ ,  $\therefore S_{\triangle ADE} = S_{\triangle ADC}$ ,

$\because AD$  是  $\triangle ABC$  的中线,  $\therefore S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC}$ ,  $\therefore S_{\triangle ADF} = \frac{1}{4} S_{\triangle ABC}$ ,  $\therefore S_{\triangle ADE} = S_{\triangle ABD} = 2S_{\triangle ADF}$ ,

$\therefore AF = BF$ ,  $EF = DF$ , 在  $\triangle AEF$  和  $\triangle BDF$  中,  $\begin{cases} AF = BF \\ \angle AFE = \angle BFD \\ EF = DF \end{cases}$ ,  $\therefore \triangle AEF \cong \triangle BDF (SAS)$ ,

$\therefore \angle EAF = \angle B$ ,  $AE = BD$ ,  $\therefore CD \parallel AE$ ,  $CD = AE$ ,  $\therefore$  正确的结论有 ①②;

(6) 为落实《关于加强中小学生劳动教育的意见》, 加强学生劳动教育工作, 更好地培养学生的劳动兴趣, 促进学生身心健康发展, 学校开辟了一块五边形的土地 (如图6), 现决定画一条直线把五边形土地分为两块, 其中一块地用来种白菜, 要求两块地面积相同. 请你过点  $E$  构造一条直线, 将五边形  $ABCDE$  分为面积相等的两部分 (选择合适工具作图, 保留痕迹, 不必说明理由).

连接  $EB$ ,  $EC$ ,

分别过点  $A$ ,  $D$  作  $EB$ ,  $EC$  的平行线交直线  $BC$  于  $M$ ,  $N$ ,

(转化为  $\triangle EMN$  的面积, 这是解题核心)

取  $MN$  的中点  $F$ , 作直线  $EF$  即可,

如图所示, 直线  $EF$  即为所求.

【点评】本题考查了利用等面积的思想应用与设计作图, 读懂题意, 明确等积直线的画法, 并熟练掌握三角形的中线, 平行线间的距离处处相等, 等底等高的三角形面积相等是解题的关键.

