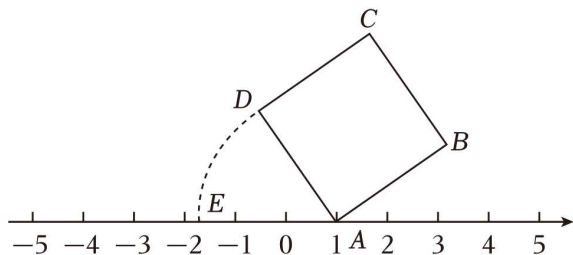


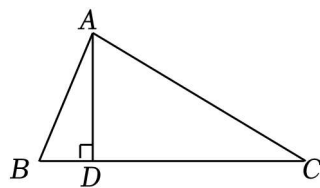
2024 初二数学期中每日一练 001

1. 代数式 $\frac{\sqrt{x+1}}{x-2}$ 有意义, 则 x 的取值范围是 _____.

2. 如图, 正方形 $ABCD$ 的面积为 7, 顶点 A 在数轴上表示的数为 1, 若点 E 在数轴上 (点 E 在点 A 的左侧), 且 $AD = AE$, 则点 E 所表示的数为 _____



第2题



第4题

3. 比较大小 $\sqrt{15} + \sqrt{5}$ _____ $\sqrt{13} + \sqrt{7}$.

4. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AD \perp BC$ 于点 D , $AB + AC = 4$, $BC = 3$, 则 $AD =$ _____.

5. 若 $\sqrt{102.01} = 10.1$, 则 $\sqrt{1.0201} =$ ()

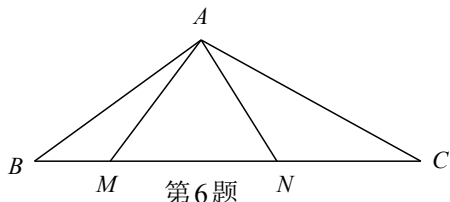
A. 0.101

B. 1.01

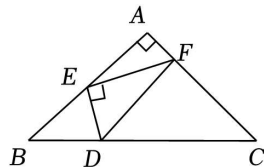
C. 101

D. 1010

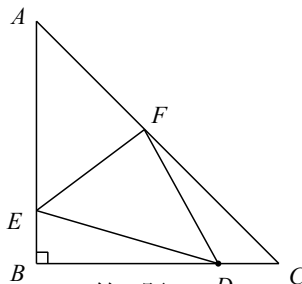
6. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 120^\circ$, $AB = AC$, 点 M, N 在边 BC 上, 且 $\angle MAN = 60^\circ$. 若 $BM = 2$, $CN = 3$, 则 MN 的长为 _____.



第6题



第7题



第8题

7. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = AC$, 点 E 为 AB 的中点, 点 D, F 分别为 BC, AC 上的点, 连接 DE, EF, DF , 若 $DE \perp EF$, $BD = 4\sqrt{2}$, $AF = 2$, 则 DF 的长度为 _____.

8. 如图, 在等腰 $Rt\triangle ABC$ 中, $AB = BC = 4$, 点 D 在边 BC 上且 $CD = 1$, 点 E, F 分别为边 AB, AC 上的动点, 连接 DE, EF, DF 得到 $\triangle DEF$, 则 $\triangle DEF$ 周长的最小值为 ()

A. $5\sqrt{2}$

B. $2\sqrt{13}$

C. $3\sqrt{7}$

D. $\sqrt{6} + 2\sqrt{2}$

9. 已知 $\triangle ABC$ 的三边长分别是 a, b, c , 且满足 $|a^2 - 9| + (b - 3)^2 + \sqrt{c^3 - 27} = 0$. 试判断 $\triangle ABC$ 的形状, 并说明理由.

10. 计算：(1) 化简： $\frac{1}{2\sqrt{3}}$ ；(2) 化简： $\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$ ；

(3) 计算： $\left(\frac{1}{\sqrt{3}+1} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2023}+\sqrt{2021}}\right)(\sqrt{2023}+1)$

11. 在数学实验课上，老师让学生以“折叠筝形”为主题开展数学实践探究活动.

定义：两组邻边分别相等的四边形叫做“筝形”.

(1) 概念理解：如图1，将一张纸对折压平，以折痕为边折出一个三角形，然后把纸展平，折痕为四边形 $ABCD$. 判断四边形 $ABCD$ 的形状：_____ 筝形 (填“是”或“不是”)；

(2) 性质探究：如图2，已知四边形 $ABCD$ 纸片是筝形，请用测量、折叠等方法猜想筝形的角、对角线有什么几何特征，然后写出一条性质并进行证明；

(3) 拓展应用：如图3， AD 是锐角 $\triangle ABC$ 的高，将 $\triangle ABD$ 沿边 AB 翻折后得到 $\triangle ABE$ ，将 $\triangle ACD$ 沿边 AC 翻折后得到 $\triangle ACF$ ，延长 EB ， FC 交于点 G .

①若 $\angle BAC = 50^\circ$ ，当 $\triangle BCG$ 是等腰三角形时，请直接写出 $\angle BAD$ 的度数；

②若 $\angle BAC = 45^\circ$ ， $BD = 2$ ， $AD = 5$ ， $AE = EG = FG$ ，求 CD 的长.

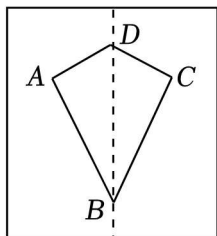


图1

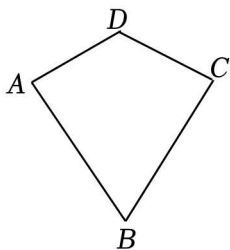


图2

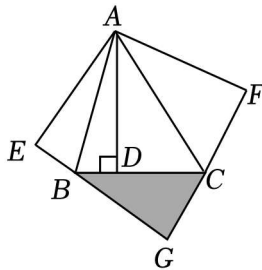


图3

2024 初二数学期中每日一练 001 参考答案

1. 代数式 $\frac{\sqrt{x+1}}{x-2}$ 有意义, 则 x 的取值范围是 _____.

【答案】解: $\because \frac{\sqrt{x+1}}{x-2}$ 有意义,

$$\therefore x+1 \geq 0 \text{ 且 } x-2 \neq 0,$$

$$\therefore x \geq -1 \text{ 且 } x \neq 2,$$

故答案为: $x \geq -1$ 且 $x \neq 2$.

【点评】本题考查二次根式的有意义的条件, 熟练掌握分式有意义的条件, 二次根式有意义的条件是解题的关键.

2. 如图, 正方形 $ABCD$ 的面积为 7, 顶点 A 在数轴上表示的数为 1, 若点 E 在数轴上 (点 E 在点 A 的左侧), 且 $AD = AE$, 则点 E 所表示的数为 _____.

【答案】解: \because 正方形的面积为 7,

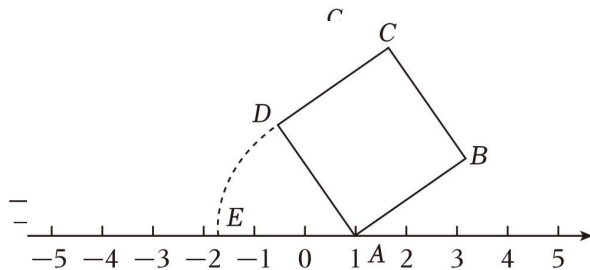
$$\therefore \text{正方形的边长为 } \sqrt{7},$$

$$\therefore AE = AD = \sqrt{7},$$

$$\therefore \text{点 } E \text{ 表示的数为 } 1 - \sqrt{7}.$$

故答案为: $1 - \sqrt{7}$.

【点评】本题考查了实数与数轴, 根据正方形的面积求出正方形的边长为 $\sqrt{7}$ 是解题的关键.



第2题

3. 比较大小 $\sqrt{15} + \sqrt{5}$ _____ $\sqrt{13} + \sqrt{7}$.

【答案】解: $(\sqrt{15} + \sqrt{5})^2 = 20 + 2\sqrt{75}$

$$(\sqrt{13} + \sqrt{7})^2 = 20 + 2\sqrt{91}$$

$$\therefore \sqrt{75} < \sqrt{91},$$

$$\therefore 20 + 2\sqrt{75} < 20 + 2\sqrt{91},$$

$$\therefore \sqrt{15} + \sqrt{5} < \sqrt{13} + \sqrt{7}.$$

故答案为: $<$.

【点评】(1) 此题主要考查了实数大小比较的方法, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确: 正实数 $> 0 >$ 负实数, 两个负实数绝对值大的反而小.

(2) 解答此题的关键是比较出两个数的平方的大小关系.

4. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AD \perp BC$ 于点 D , $AB + AC = 4$, $BC = 3$, 则 $AD =$ _____.

【答案】解: $\because AB + AC = 4$, $\therefore (AB + AC)^2 = 16$,

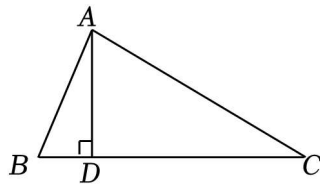
$$\therefore AB^2 + AC^2 + 2AB \cdot AC = 16,$$

$$\therefore AB^2 + AC^2 = BC^2 = 9, \therefore AB \cdot AC = \frac{7}{2},$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} BC \cdot AD,$$

$$\therefore AD = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{\frac{7}{2}}{3} = \frac{7}{6}, \text{ 故答案为: } \frac{7}{6}.$$

【点评】本题考查了勾股定理, 三角形的面积公式, 利用整体思想求解是解题的关键.



第4题

5. 若 $\sqrt{102.01} = 10.1$, 则 $\sqrt{1.0201} = (\quad)$

A. 0.101

B. 1.01

C. 101

D. 1010

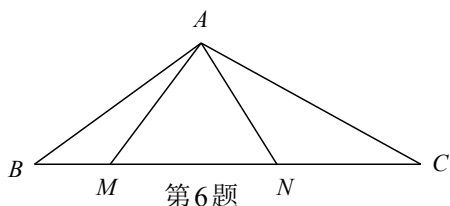
【解析】将 1.0201 变形为 $102.01 \times \frac{1}{100}$ 的形式, 再利用算术平方根的意义解答即可.

【答案】解: $\sqrt{1.0201} = \sqrt{\frac{1}{100} \times 102.01} = \frac{1}{10} \times \sqrt{102.01} = 1.01$.

故选: B.

【点评】本题主要考查了算术平方根, 熟练掌握算术平方根的性质是解题的关键.

6. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 120^\circ$, $AB = AC$, 点 M 、 N 在边 BC 上, 且 $\angle MAN = 60^\circ$. 若 $BM = 2$, $CN = 3$, 则 MN 的长为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



【解析】利用旋转作 $\triangle APC$, 连接 PN , 根据旋转得: $\triangle ABM \cong \triangle ACP$, $PC = BM = 2$, 证明 $\triangle MAN \cong \triangle PAN$, 则 $MN = PN$, 作高线 PD , 利用勾股定理计算 PD 和 PN 的长, 可得结论.

【答案】【解答】解: 如图, $\triangle ABM$ 绕点 A 逆时针旋转 120° 至 $\triangle APC$, 连接 PN , 过点 P 作 BC 的垂线, 垂足为 D ,

$\because \angle BAC = 120^\circ$, $AB = AC$, $\therefore \angle B = \angle ACB = 30^\circ$

$\because \triangle ABM \cong \triangle APC$, $\therefore \angle B = \angle ACP = 30^\circ$, $PC = BM = 2$, $\angle BAM = \angle CAP$,

$\therefore \angle NCP = 60^\circ$,

$\because \angle MAN = 60^\circ$, $\therefore \angle BAM + \angle NAC = \angle NAC + \angle CAP = 60^\circ = \angle MAN$,

又 $\because AM = AP$, $AN = AN$, $\therefore \triangle MAN$ 和 $\triangle PAN$ 中,

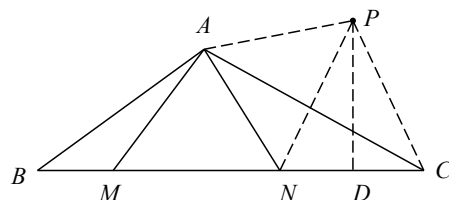
$$\begin{cases} AM = AP \\ \angle MAN = \angle PAN \\ AN = AN \end{cases} \therefore \triangle MAN \cong \triangle PAN (SAS), \therefore MN = PN,$$

$\because PD \perp CN$, $\angle NCP = 60^\circ$,

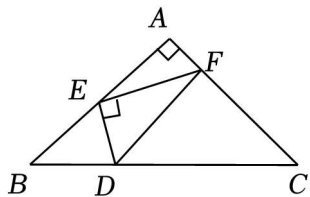
$\therefore CD = \frac{1}{2} PC = 1$, $PD = \sqrt{3} CD = \sqrt{3}$

$\therefore DN = CN - CD = 3 - 1 = 2$, $\therefore PN = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 2^2} = \sqrt{7}$ 故答案为: $\sqrt{7}$.

【点评】本题考查了全等三角形的性质和判定的应用, 勾股定理的运用, 三角形的内角和定理, 等腰三角形的性质, 题目的难度较大. 解此题的关键是根据旋转作辅助线.



7. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = AC$, 点 E 为 AB 的中点, 点 D 、 F 分别为 BC 、 AC 上的点, 连接 DE 、 EF 、 DF , 若 $DE \perp EF$, $BD = 4\sqrt{2}$, $AF = 2$, 则 DF 的长度为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



【解析】延长 DE 至 G , 使 $GE = ED$, 连接 FG 、 AG , 过 F 作 $FH \perp GA$ 于 H , 易证 $\triangle GEA \cong \triangle DEB$, 由全等的性质得 $AG = BD = 4\sqrt{2}$, 易证 EF 为 GD 的垂直平分线, 所以设 $GF = FD = x$, 易证 $\triangle AFH$ 为等腰直角三角形, 则 $FH = AH = \sqrt{2}$, 在 $Rt\triangle GFH$ 中, 用勾股定理求得 x .

【答案】【解答】解: 延长 DE 至 G , 使 $GE = ED$, 连接 FG 、 AG , 过 F 作 $FH \perp GA$ 于 H , 在 $\triangle GAE$ 和 $\triangle DEB$ 中,

$$\begin{cases} AE = BE \\ \angle GEA = \angle DEB, \therefore \triangle GEA \cong \triangle DEB, \\ EG = ED \end{cases}$$

$$\therefore AG = BD = 4\sqrt{2}, \angle GAE = \angle DBA = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle GAF = \angle GAE + \angle BAC = 135^\circ,$$

$$\therefore \angle FAH = 45^\circ,$$

$\therefore \triangle AFH$ 为等腰直角三角形,

$$\therefore AF = 2, \therefore FH = HA = \sqrt{2},$$

$\therefore EF \perp GD, GE = ED, \therefore EF$ 为 GD 的垂直平分线

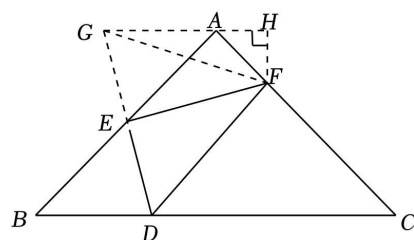
设 $GF = FD = x$, 在 $Rt\triangle GHF$ 中, $GF^2 = GH^2 + FH^2$,

$$\therefore x^2 = (\sqrt{2} + 4\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2,$$

$$\text{解得 } x = 2\sqrt{13} \text{ (舍 } x = -2\sqrt{13}\text{)}.$$

故答案为: $2\sqrt{13}$.

【点评】本题考查了三角形全等的判定及性质, 垂直平分线的性质, 等腰直角三角形的性质及判定, 勾股定理, 解题的关键是作出辅助线.



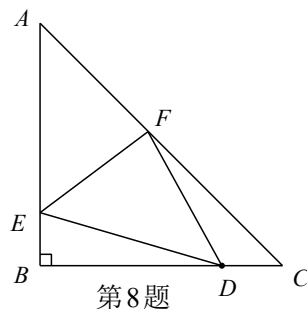
8. 如图, 在等腰 $Rt\triangle ABC$ 中, $AB = BC = 4$, 点 D 在边 BC 上且 $CD = 1$, 点 E, F 分别为边 AB, AC 上的动点, 连接 DE, EF, DF 得到 $\triangle DEF$, 则 $\triangle DEF$ 周长的最小值为 ()

A. $5\sqrt{2}$

B. $2\sqrt{13}$

C. $3\sqrt{7}$

D. $\sqrt{6} + 2\sqrt{2}$



【解析】作 D 关于 AB 的对称点 G , 作 D 关于 AC 的对称点 H , 连接 BG, CH, FH, GH , 当 G, E, F, H 在同一条直线上时, $\triangle DEF$ 的周长最小, 由对称性求出 GH 即可.

【答案】【解答】解: 如图, 作 D 关于 AB 的对称点 G , 作 D 关于 AC 的对称点 H ,

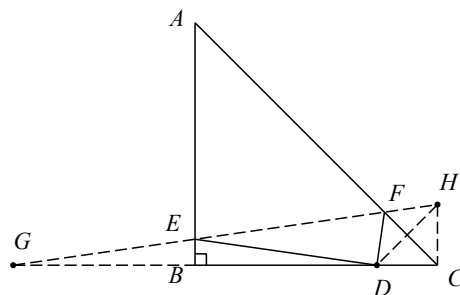
连接 BG, CH, FH, GH ,

$$\therefore \angle ABC = 90^\circ, \therefore \angle GBE = \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\therefore G, B, D, C \text{ 在同一条直线上},$$

由对称性可知,

$$GB = DB = 3, CH = CD = 1, \angle FCH = \angle FCD = 45^\circ,$$



$$FH = FD, EG = ED,$$

$$\therefore \angle HCG = 90^\circ, GC = GB + BD + DC = 3 + 3 + 1 = 7,$$

$$\therefore GH = \sqrt{GC^2 + CH^2} = \sqrt{7^2 + 1^2} = 5\sqrt{2},$$

$$\therefore DE + EF + FD = GE + EF + FH \geq GH = 5\sqrt{2},$$

$$\therefore \triangle DEF \text{ 的周长的最小值 } 5\sqrt{2}.$$

故选: A.

【点评】本题考查轴对称最短问题,解直角三角形等知识,解题的关键是学会利用轴对称解决最短问题.

9. 已知 $\triangle ABC$ 的三边长分别是 a, b, c , 且满足 $|a^2 - 9| + (b - 3)^2 + \sqrt{c^3 - 27} = 0$. 试判断 $\triangle ABC$ 的形状, 并说明理由.

【答案】【解答】解: 是等边三角形,

根据题意, 得 $a^2 - 9 = 0, b - 3 = 0, c^3 - 27 = 0$,

$$\therefore a > 0, \text{ 解得 } a = 3, b = 3, c = 3,$$

$$\therefore a = b = c, \therefore \triangle ABC \text{ 是等边三角形.}$$

【点评】本题考查了非负数的性质, 掌握非负数的性质应用是解题关键.

10. 计算: (1) 化简: $\frac{1}{2\sqrt{3}}$; (2) 化简: $\frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$;

$$(3) \text{ 计算: } \left(\frac{1}{\sqrt{3} + 1} + \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{5}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2023} + \sqrt{2021}} \right) (\sqrt{2023} + 1)$$

$$\text{【答案】【解答】解: (1) } \frac{1}{2\sqrt{3}} = \frac{1 \times \sqrt{3}}{2\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{6};$$

$$(2) \frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{(\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{3})} = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{2};$$

$$(3) \text{ 原式} = \left(\frac{\sqrt{3} - 1}{2} + \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{7} - \sqrt{5}}{2} + \dots + \frac{\sqrt{2023} - \sqrt{2021}}{2} \right) \times (\sqrt{2023} + 1)$$

$$= \frac{1}{2} \times (\sqrt{3} - 1 + \sqrt{5} - \sqrt{3} + \sqrt{7} - \sqrt{5} + \dots + \sqrt{2023} - \sqrt{2021}) \times (\sqrt{2023} + 1)$$

$$= \frac{1}{2} \times (\sqrt{2023} - 1) \times (\sqrt{2023} + 1)$$

$$= \frac{1}{2} \times (2023 - 1)$$

$$= 1011.$$

【点评】本题考查了二次根式的混合运算: 熟练掌握二次根式的性质、二次根式的乘法法则、除法法则和分母有理化是解决问题的关键.

11. 在数学实验课上, 老师让学生以“折叠箬形”为主题开展数学实践探究活动.

定义: 两组邻边分别相等的四边形叫做“箬形”.

(1) 概念理解: 如图 1, 将一张纸对折压平, 以折痕为边折出一个三角形, 然后把纸展平, 折痕为四边形 $ABCD$. 判断四边形 $ABCD$ 的形状: 是 箬形 (填“是”或“不是”);

(2) 性质探究: 如图 2, 已知四边形 $ABCD$ 纸片是箬形, 请用测量、折叠等方法猜想箬形的角、对角线有什么几何特征, 然后写出一条性质并进行证明;

(3) 拓展应用: 如图 3, AD 是锐角 $\triangle ABC$ 的高, 将 $\triangle ABD$ 沿边 AB 翻折后得到 $\triangle ABE$, 将 $\triangle ACD$

沿边 AC 翻折后得到 $\triangle ACF$, 延长 EB , FC 交于点 G .

①若 $\angle BAC = 50^\circ$, 当 $\triangle BCG$ 是等腰三角形时, 请直接写出 $\angle BAD$ 的度数;

②若 $\angle BAC = 45^\circ$, $BD = 2$, $AD = 5$, $AE = EG = FG$, 求 CD 的长.

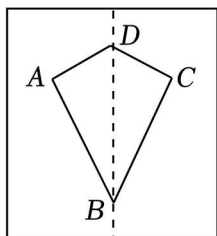


图1

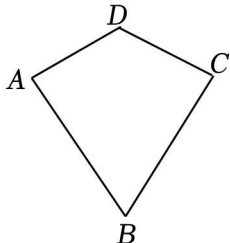


图2

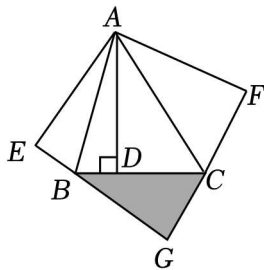


图3

【解析】 (1) 根据题意得 $DA = DC$, $BA = BC$ 即可证明; (2) 连接 BD , 根据折叠性质可证明 $\triangle ABD \cong \triangle CBD (SSS)$ 即可得到结论; (3) ①分情况讨论: 当 $BC = BG$ 时, 由折叠性质即可求解; 当 $BC = CG$ 时, 当 $GC = BG$ 时, 同理可得; ②有折叠性质可证四边形 $AEGF$ 是正方形, 设 $CD = CF = x$, 根据勾股定理即可求解.

【答案】 **【解答】** 解: (1) 由折叠性质得: $DA = DC$, $BA = BC$,

\therefore 四边形 $ABCD$ 是“筝形”; 故答案为: 是;

(2) 筝形的对应角相等、对角线互相垂直; $\angle A = \angle C$; 理由如下:

如图 1, 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle CBD$ 中,

$$\begin{cases} DA = DC \\ BA = BC, \therefore \triangle ABD \cong \triangle CBD (SSS), \therefore \angle A = \angle C; \\ BD = BD \end{cases}$$

(3) ①当 $BC = BG$ 时, 如图 2,

$\therefore \angle BAD = \angle BAE$, $\angle CAD = \angle CAF$, $\angle BAC = 50^\circ$,

$\therefore \angle EAF = 2\angle BAC = 100^\circ$,

$\therefore \angle E = \angle F = 90^\circ$, $\therefore \angle EGF = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$,

$\therefore BC = BG$, $\therefore \angle BCG = \angle BGC = 80^\circ$,

$\therefore \angle ACB = \angle ACF = 50^\circ$, $\therefore \angle ABC = 180^\circ - 50^\circ - 50^\circ = 80^\circ$,

$\therefore \angle ADB = 90^\circ$, $\therefore \angle BAD = 10^\circ$;

当 $BC = CG$ 时, 同理可得 $\angle BAD = 40^\circ$;

当 $GC = BG$ 时, 同理可得 $\angle BAD = 25^\circ$;

综上: $\angle BAD$ 的度数为 10° , 40° , 25° ;

②由折叠性质可得:

$AE = BD = 2$, $AD = 5 = AE = EG = FG$, $CD = CF$, $\angle E = 90^\circ$, $\angle F = 90^\circ$, $\therefore BG = 3$,

$\therefore \angle BAC = 45^\circ$, $\therefore \angle EAF = 90^\circ$, \therefore 四边形 $AEGF$ 是正方形, $\therefore \angle G = 90^\circ$

设 $CD = CF = x$, 则 $BC = 2 + x$, $CG = 5 - x$,

$\therefore BG^2 + CG^2 = BC^2$, 即 $3^2 + (5 - x)^2 = (2 + x)^2$,

解得: $x = \frac{15}{7}$, $\therefore BC = \frac{15}{7}$.

【点评】 本题考查了四边形的综合题, 折叠的性质, 等腰三角形的性质, 正方形的判定与性质等, 解题的关键是理解题意, 掌握全等三角形的判定与性质, 折叠的性质.

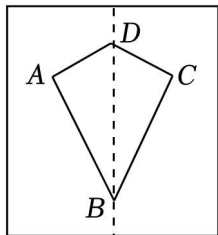


图1

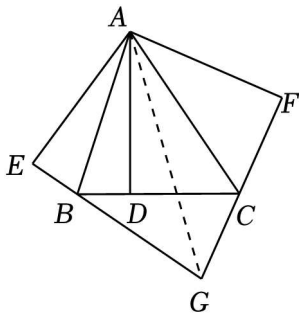


图2