2024年初三数学期中考试复习冲刺练习(2)

参考答案与解析

第2练:含参二次函数与数形结合(根的分布、参变分离)

一、含参抛物线与数形结合 – 利用平移求根的值

1. 已知抛物线 $y=a(x-h)^2+k$ 与 x 轴交于 $(-2,0)$，$(3,0)$，则关于 x 的一元二次方程 $a(x-h+6)^2+k=0$ 的解为______.

【解析】解:将抛物线 $p=a(x-h)^2+k$ 向左平移6个单位长度的函数解析式为 $y=a(x-h+6)^2+k$ 的解为

∵抛物线 $y=a(x-h)^2+k$ 经过点 $(-2,0)$,$(3,0)$，向左平移6个单位长度后为 $(-8,0)$,$(-3,0)$

∴一元二次方程 $a(x-h+6)^2+k=0$ 的解为 $x_1=-8$，$x_2=-3$.

二、含参抛物线与数形结合 – 画图分析根的位置

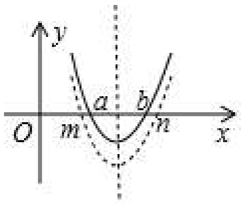
2. 二次函数 $y=(x-a)(x-b)-2(a<b)$ 与 x 轴的两个交点的横坐标分别为 m 和 n，且 $m<n$，下列结论正确的是(　　)

A. $m<a<n<b$　　B. $a<m<b<n$　　C. $m<a<b<n$　　D. $a<m<n<b$

【解析】解:二次函数 $y=(x-a)(x-b)$ 与 x 轴交点的横坐标为 a、b，将其图象往下平移2个单位长度可得出二次函数 $y=(x-a)(x-b)-2$ 的图象，如图所示.

观察图象，可知: $m<a<b<n$.

故选: C.



三、含参抛物线与数形结合 – 画图分析整数根

3. 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象经过 $(-4,0)$ 与 $(2,0)$ 两点，关于 x 的方程 $ax^2+bx+c+m=0(m>0)$ 有两个根，其中一个根是4. 若关于 x 的方程 $ax^2+bx+c+n=0(0<n<m)$ 也有两个整数根，则这两个整数根是(　　)

A. -2 和0　　B. -4 和2　　C. -5 和3　　D. -6 和4

【解析】解:∵二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象经过 $(-4,0)$ 与 $(2,0)$ 两点，

∴当 $y=0$ 时，$0=ax^2+bx+c$ 的两个根为 -4 和2，函数 $y=ax^2+bx+c$ 的对称轴是直线 $x=-1$，

又∵关于 x 的方程 $ax^2+bx+c+m=0(m>0)$ 有两个根，其中一个根是4.

∴方程 $ax^2+bx+c+m=0(m>0)$ 的另一个根为 -6，函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象开口向下，

∵关于 x 的方程 $ax^2+bx+c+n=0(0<n<m)$ 有两个整数根，

∴这两个整数根是 -5 和3，

故选: C.

四、根据含参方程根的情况，参变分离画图分析求参数范围

4. 若方程 $x^2-2x-t=0$ 在 $-1<x\leqslant 4$ 范围内有实数根，则 t 的取值范围为(　　)

A. $3<t\leqslant 8$　　B. $-1\leqslant t\leqslant 3$　　C. $-1<t\leqslant 8$　　D. $-1\leqslant t\leqslant 8$

【解析】解:设 $y_1=x^2-2x$，

∵$y_1=x^2-2x$ 的对称轴为直线 $x=1$，

∴一元二次方程 $x^2-2x-t=0$ 的实数根可以看作 $y_1=x^2-2x$ 与函数 $y_2=t$ 的交点，

∵方程在 $-1<x\leqslant 4$ 的范围内有实数根，

当 $x=-1$ 时，$y_1=3$；当 $x=4$ 时，$y_1=8$；

函数 $y_1=x^2-2x$ 在 $x=1$ 时有最小值 -1；

∴当 $-1\leqslant t\leqslant 8$ 时，$y_1=x^2-2x$ 与函数 $y_2=t$ 有交点，即方程 $x^2-2x-t=0$ 在 $-1\leqslant< t\leqslant 8$ 范围内有实数根；

故选：D.

五、根据含参抛物线与直线的交点情况，参变分离画图分析求参数范围

5. 已知直线 $y=2x-2m$ 与抛物线 $y=x^2+mx-1$，当 $-1\leqslant x\leqslant 3$ 时，它们有且只有一个公共点．则 m 的取值范围为 __$-2\leqslant m\leqslant -\frac{2}{5}$ 或 $m=6-2\sqrt{7}$__.

【解析】解：当抛物线与直线 $y=2x-2m$ 有一个交点时，

令 $2x-2m=x^2+mx-1$，整理得 $x^2+(m-2)x+2m-1=0$，

若直线 $y=2x-2m$ 与抛物线 $y=x^2+mx-1$ 有且只有一个公共点，则 $\Delta=0$，

∴$\Delta=(m-2)^2-4(2m-1)=0$，解得 $m=6\pm 2\sqrt{7}$，

当 $m=6+2\sqrt{7}$ 时，$x=-\frac{m-2}{2}=-2-\sqrt{7}$，

当 $m=6-2\sqrt{7}$ 时，$x=-\frac{m-2}{2}=-2+\sqrt{7}$，

∵当 $-1\leqslant x\leqslant 3$ 时，它们有且只有一个公共点，

∴$m=6-2\sqrt{7}$ 时符合题意；

当抛物线与直线 $y=2x-2m$ 有两个交点时，

由题意可知 $\begin{cases}-2-2m\leqslant 1-m-1\\6-2m\geqslant 9+3m-1\end{cases}$ 或 $\begin{cases}-2-2m>1-m-1\\6-2m<9+3m-1\end{cases}$，

由 $\begin{cases}-2-2m\leqslant 1-m-1\\6-2m\geqslant 9+3m-1\end{cases}$ 解得 $-2\leqslant m\leqslant -\frac{2}{5}$；

而不等式组 $\begin{cases}-2-2m>1-m-1\\6-2m<9+3m-1\end{cases}$ 无解，

∴当 $-1\leqslant x\leqslant 3$ 时，它们有且只有一个公共点．则 m 的取值范围为 $-2\leqslant m\leqslant -\frac{2}{5}$，

故答案为：$-2\leqslant m\leqslant -\frac{2}{5}$ 或 $m=6-2\sqrt{7}$.

6. 若函数 $y=ax^2-2x-2$ 的图象在 $-1<x<1$ 的范围内与 x 轴恰好有一个公共点，则 a 的取值范围是（　　）

A. $0<a<4$

B. $0<a\leqslant 4$

C. $0\leqslant a\leqslant 4$ 或 $a=-0.5$

D. $0<a\leqslant 4$ 或 $a=-0.5$

【解析】解：①当 $a=0$ 时，$y=-2x-2$，当 $y=0$ 时，$x=-1$，

∴$y=ax^2-2x-2$ 的图象在 $-1<x<1$ 的范围内与 x 轴没有公共点；

②当 $a>0$ 时，根据题意得：$\begin{cases}a+2-2>0\\a-2-2<0\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a+2-2<0\\a-2-2>0\end{cases}$，解得 $0<a<4$ 或无解，

∴$0<a<4$，

③当 $a<0$ 时，根据题意得 $\begin{cases}a+2-2>0\\a-2-2\leqslant 0\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a+2-2<0\\a-2-2>0\end{cases}$$\begin{cases}a+2-2<0\\a-2-2\geqslant 0\end{cases}$，解得 $0<a\leqslant 4$ 或无解，

此不等式组无解；

④∵$y=ax^2-2x-2$ 的图象在 $-1<x<1$ 的范围内与 x 轴恰好有一个公共点，

∴$\Delta=(-2)^2+8a=0$，

解得 $a=-0.5$，此时 $y=-0.5x^2-2x-2$，

令 $y=0$，则 $-0.5x^2-2x-2=0$，

解得 $x_1=x_2=-2$，不符合题意，

综上所述，a 的取值范围是 $0<a\leqslant 4$，

故选：B.