2024年初二数学期中考试复习冲刺练习(2)

参考答案与解析

1. 等腰三角形一腰上的高与另一腰所成的夹角是48°，则这个等腰三角形的顶角度数为 <u>42°或138°</u>.

【解析】解：①如图，等腰三角形为锐角三角形，

$\because BD\perp AC$，$\angle ABD=48°$，

$\therefore \angle A=42°$，

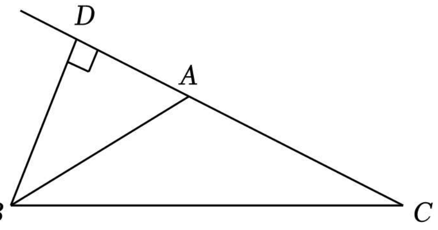
即顶角的度数为42°.

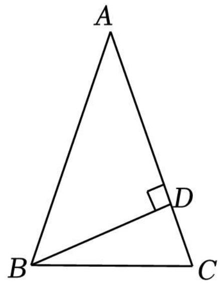
②如图，等腰三角形为钝角三角形，

$\because BD\perp AC$，$\angle DBA=48°$，

$\therefore \angle BAD=42°$，

$\therefore \angle BAC=138°$.





故答案为：42°或138°.

2. 点O是$\triangle ABC$所在平面内一点，满足$OA=OB=OC$，点I是$\angle ABC$，$\angle ACB$的角平分线的交点，若$\angle BOC=\angle BIC$，则$\angle BAC$的度数为 <u>60°或108°</u>.

【解析】解：当点O与点A在BC同侧时，

$\because$点I是$\angle ABC$，$\angle ACB$的角平分线的交点，

$\therefore \angle IBC=\frac{1}{2}\angle ABC$，$\angle ICB=\frac{1}{2}\angle ACB$，

$\therefore \angle BIC=180°-\frac{1}{2}(\angle ABC+\angle ACB)=180°-\left(90°-\frac{1}{2}\angle BAC\right)=90°+\frac{1}{2}\angle BAC$，

$\because OA=OB=OC$，

$\therefore$点O是$\triangle ABC$的外心，

$\because \angle BOC=\angle BIC$，

$\therefore 2\angle BAC=\angle BOC$，

$\therefore 2\angle BAC=90°+\frac{1}{2}\angle BAC$，

$\therefore \angle BAC=60°$，

当点O与点A在BC异侧时，

$\because$点I是$\angle ABC$，$\angle ACB$的角平分线的交点，

$\therefore \angle IBC=\frac{1}{2}\angle ABC$，$\angle ICB=\frac{1}{2}\angle ACB$，

$\therefore \angle BIC=180°-\frac{1}{2}(\angle ABC+\angle ACB)=180°-\left(180°-\frac{1}{2}\angle BAC\right)=90°+\frac{1}{2}\angle BAC$，

$\therefore \angle BOC=360°-\angle OAB-\angle OBA-\angle OAC-\angle OCA$，

$\because OA=OB=OC$，

$\therefore \angle OAB=\angle OBA$，$\angle OAC=\angle OCA$，

又$\because \angle OAB+\angle OAC=\angle BAC$，

$\therefore \angle BOC=360°-2\angle BAC$，

$\therefore 360°--2\angle BAC=90°+\frac{1}{2}\angle BAC$，

$\therefore \angle BAC=108°$，

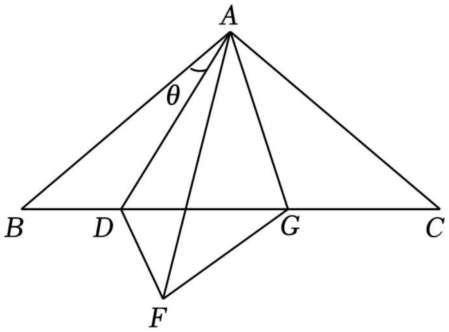
综上，$\angle BAC=108°$或60°，

故答案为：60°或108°.

3. 如图，在$\triangle ABC$中，$AB=AC$，$\angle BAC=130°$，点D在BC边上，$\triangle ABD$、$\triangle AFD$关于AD所在的直线对称，$\angle FAC$的角平分线交BC边于点G，连接FG.

(1) 求$\angle DFG$的度数.

(2) 设$\angle BAD=\theta$，当θ为何值时，$\triangle DFG$为等腰三角形？



【解析】解：(1) 在$\triangle ABC$中，$AB=AC$，$\angle BAC=130°$，

$\therefore \angle B=\angle C=25°$，

$\because \triangle ABD$、$\triangle AFD$关于AD所在的直线对称，

$\therefore \triangle ADB\cong\triangle ADF$，

$\therefore \angle B=\angle AFD=25°$，$AB=AF$，

$\because AB=AC$，

$\therefore AF=AC$，

$\because \angle FAC$的角平分线交BC边于点G，

$\therefore \angle FAG=\angle CAG$，

在$\triangle AGF$和$\triangle AGC$中，$\begin{cases}AF=AC\\ \angle FAG=\angle CAG,\\ AG=AG\end{cases}$

$\therefore \triangle AGF\cong\triangle AGC(SAS)$，

$\therefore \angle AFG=\angle C$.

$\because \angle DFG=\angle AFD+\angle AFG$，

$\therefore \angle DFG=\angle B+\angle C=25°+25°=50°$；

(2) 令AF与BC交点为Q，分三种情况讨论：

①当$GD=GF$时，

$\therefore \angle GDF=\angle GFD=50°$，

$\because \angle ADG=25°+\theta$，

$\therefore$ 在$\triangle ADF$中：$50°+25°+25°+\theta+\theta=180°$，

$\therefore \theta=40°$；

②当$FD=GF$时，

$\therefore \angle GDF=\angle FGD$，

$\because \angle DFG=50°$，

$\therefore \angle FDG=\angle FGD=65°$，

在$\triangle ADF$中，利用三角形内角和定理可知$65°+25°+25°+\theta+\theta=180°$，

$\therefore \theta=32.5°$；

③当$FD=GD$时，

$\therefore \angle DFG=\angle FGD=50°$，

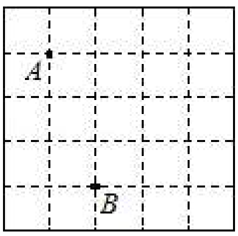
$\therefore \angle FDG=80°$，

在$\triangle ADF$中，利用三角形内角和定理可知$80°+25°+25°+\theta+\theta=180°$，

$\therefore \theta=25°$；

综上所述：当$\theta=40°$，$32.5°$或$25°$时，$\triangle DFG$为等腰三角形.

4. 如图，是一个5×5的正方形网格，网格中的每个小正方形的边长均为1．点A和点B在小正方形的顶点上．点C也在小正方形的顶点上．若$\triangle ABC$为等腰三角形，满足条件的C点的个数为　　(　　)



A. 6　　　　　　　　B. 7　　　　　　　　C. 8　　　　　　　　D. 9

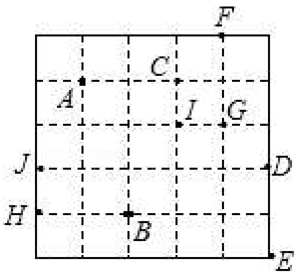
【解析】解：

①以 AB 为腰时，符合条件的有点 $CDEFGH$；

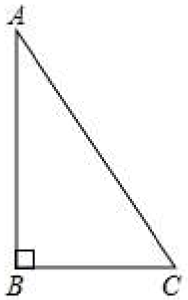
②以 AB 为底时，符合条件的有点 IJ；

共 $6+2=8$，

故选：C.



5. 如图，在 $Rt\Delta ABC$ 中，$\angle B=90^{\circ}$，以 ΔABC 的一边为边画等腰三角形，使得它的第三个顶点在 ΔABC 的其他边上，则可以画出的不同的等腰三角形的个数最多为　　（　　）



A. 4　　　　　　　　B. 5　　　　　　　　C. 6　　　　　　　　D. 7

【解析】解：如图，可以画出 7 个等腰三角形；

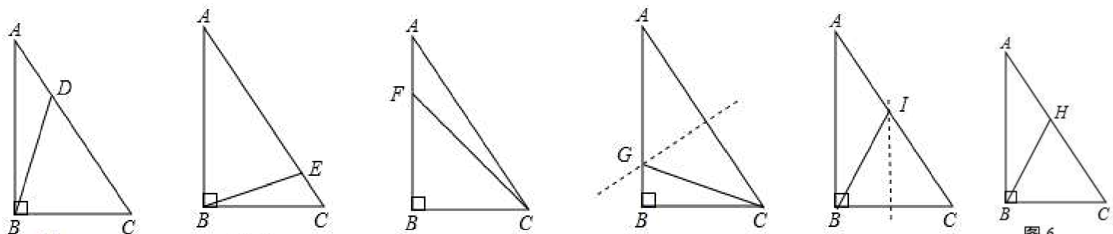
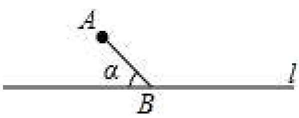


图 1　图 2　图 3　图 4　图 5　图 6

故选：D.

6. 如图，B 是直线 l 上的一点，线段 AB 与 l 的夹角为 $\alpha(0^{\circ}<\alpha<180^{\circ})$，点 C 在 l 上，若以 A、B、C 为顶点的三角形是等腰三角形，则满足条件的点 C 共有 <u>2或4</u> 个.



【解析】解；如图 1，当 $\alpha=60^{\circ}$ 或 120° 或 90° 时，

∴只有两个点符合要求，

如图 2，当 α 为锐角与钝角时，符合条件的点有 4 个，

分别是 $AC_3=AB$，$AB=BC_2$，$AC_1=BC$，$AB=BC$.

∴满足条件的点 C 共有：2 或 4 个.

故答案为：2 或 4.

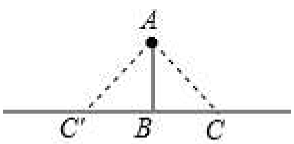


图1

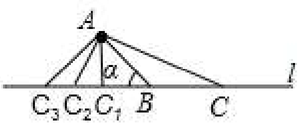


图2

7. 已知一个直角三角形的两条边长为6和8，则它的第三条边长为 <u>10或 $2\sqrt{7}$</u>.

【解析】解：当8是直角边时，第三条边长为：$\sqrt{6^2+8^2}=10$，

当8是斜边时，第三条边长为：$\sqrt{8^2-6^2}=2\sqrt{7}$，

综上所述，它的第三条边长为 10或$2\sqrt{7}$.

故答案为：10或$2\sqrt{7}$.

8. 在ΔABC中，$AB=4\sqrt{5}$，$AC=5$，高$AD=4$，则底边BC的长是 <u>11或5</u>.

【解析】解：分两种情况考虑：

如图1所示，此时ΔABC为锐角三角形，

在$Rt\Delta ABD$中，根据勾股定理得：$BD=\sqrt{AB^2-AD^2}=\sqrt{(4\sqrt{5})^2-4^2}=8$；

在$Rt\Delta ACD$中，根据勾股定理得：$CD=\sqrt{AC^2-AD^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3$，

此时$BC=BD+DC=8+3=11$；

如图2所示，此时ΔABC为钝角三角形，

在$Rt\Delta ABD$中，根据勾股定理得：$BD=\sqrt{AB^2-AD^2}=\sqrt{(4\sqrt{5})^2-4^2}=8$；

在$Rt\Delta ACD$中，根据勾股定理得：$CD=\sqrt{AC^2-AD^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3$，

此时$BC=BD-DC=8-3=5$，

综上，BC的长为11或5.

故答案为：11或5.

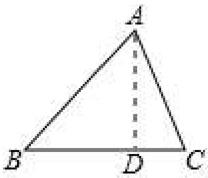


图1

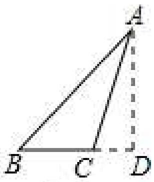


图2

9. 在ΔABC中，$\angle ACB=90^\circ$，$AC=6$，$BC=8$，点D为直线AC上一点，且ΔABD是等腰三角形，求ΔABD的周长.

【解析】解：$\because \angle ACB=90^\circ$，$AC=6$，$BC=8$，

$\therefore AB=10$，

当$BA=BD=10$时，则可知$AD=2AC=12$，则ΔABC的周长为$10+10+12=32$；

当$BA=AD=10$时，

①若C、D在点A的两侧，则$CD=CA+DA=6+10=16$，在$Rt\Delta BCD$中，由勾股定理可得

$BD=\sqrt{BC^2+CD^2}=\sqrt{16^2+8^2}=8\sqrt{5}$，则$\Delta ABC$的周长为：$10+10+8\sqrt{5}=20+8\sqrt{5}$，

②若C、D在点A的同侧，则$CD=AD-AC=10-6=4$，在$Rt\Delta BCD$中，由勾股定理可得

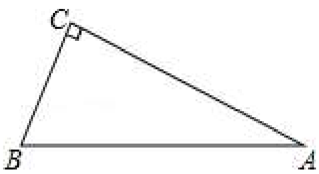
$BD=\sqrt{BC^2+CD^2}=\sqrt{4^2+8^2}=4\sqrt{5}$，则$\Delta ABC$的周长为：$10+10+4\sqrt{5}=20+4\sqrt{5}$，

当$AD=BD$时，设$AD=BD=x$，则$CD=AD-AC=x-6$，在$Rt\Delta BCD$中，由勾股定理可得

$BD^2=BC^2+CD^2$，即$x^2=(x-6)^2+8^2$，解得$x=\frac{25}{3}$，则ΔABC的周长为：$10+\frac{25}{3}+\frac{25}{3}=\frac{80}{3}$，

综上可知ΔABC的周长为32或$20+8\sqrt{5}$或$20+4\sqrt{5}$或$\frac{80}{3}$.

10. 在ΔABC中，$\angle ACB=90^\circ$，$AC=4$，$BC=2$，以AB为边向外作等腰直角三角形ABD，求CD的长.



【解析】解：(1) 如图1所示，当$AB=BD$时，作$DE\perp BE$，

$\because \angle CAB+\angle ABC=90^\circ$，$\angle ABC+\angle DBE=90^\circ$，

$\therefore \angle CAB=\angle DBE$，

在ΔBED和ΔACB中，$\begin{cases}\angle E=\angle ACB=90^\circ\\ \angle DBE=\angle CAB\\ BD=AB\end{cases}$，

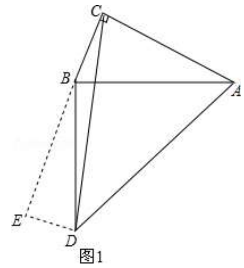


图1

$\therefore \Delta BED\cong\Delta ACB(AAS)$，

$\therefore BE=AC=4$，$DE=BC=2$，

$\therefore CD=\sqrt{6^2+2^2}=2\sqrt{10}$；

(2) 如图2所示，当$AB=AD$时，过点D作$DE\perp AC$于交AC的延长线于E，

$\because \angle CAB+\angle ABC=90^\circ$，$\angle BAC+\angle DAE=90^\circ$，

$\therefore \angle ABC=\angle DAE$，

在ΔDEA和ΔACB中，$\begin{cases}\angle E=\angle ACB=90^\circ\\ \angle DAE=\angle ABC\\ AD=AB\end{cases}$，

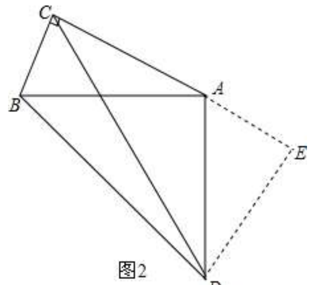


图2

$\therefore \Delta DEA\cong\Delta ACB(AAS)$，

$\therefore DE=AC=4$，$AE=BC=2$，

$\therefore CD=\sqrt{6^2+4^2}=\sqrt{52}=2\sqrt{13}$；

(3) 如图3所示，连接CD．当$AD=BD$时，过点D作$DE\perp AC$于E，$DF\perp CB$交CB的延长线于F，

$\because \angle C=\angle DFC=\angle DEC=90^\circ$，

$\therefore \angle EDF=90^\circ$，

$\because \angle ADE+\angle BDE=90^\circ$，$\angle BDF+\angle BDE=90^\circ$，

$\therefore \angle ADE=\angle BDF$，

在ΔADE和ΔBDF中，$\begin{cases}\angle AED=\angle F\\ \angle ADE=\angle BDF\\ AD=BD\end{cases}$，

$\therefore \Delta ADE\cong\Delta BDF(AAS)$，

$\therefore AE=BF$，$DE=DF$，

$\because DE\perp AC$，$DF\perp CF$，

$\therefore \angle DCE=\angle DCF=45^\circ$，

$\therefore \Delta DEC$是等腰直角三角形，

$\therefore AC+BC=AE+CE+CF-BF=2CE$.

$\therefore CE=3$，

$\therefore CD=3\sqrt{2}$.

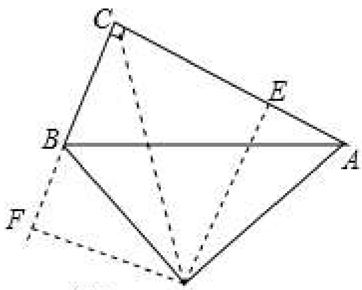


图3

综上所述，CD的长是$2\sqrt{10}$或$3\sqrt{2}$或$2\sqrt{13}$；