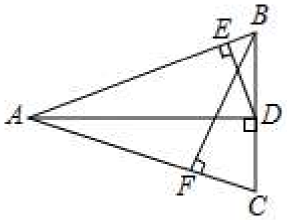
2024年初二数学期中考试复习冲刺练习(3)
参考答案与解析

1. 如图，在 ΔABC 中，$AB=AC=10\text{cm}$，$AD\perp BC$ 于点 D，$DE\perp AB$ 于点 E，$BF\perp AC$ 于点 F，$DE=3\text{cm}$，则 $AF=$ __8__ cm.



【解析】解：$\because \Delta ABC$ 中，$AB=AC$，$AD\perp BC$，

$\therefore AD$ 是 ΔABC 的中线，

$\therefore S_{\Delta ABC}=2S_{\Delta ABD}=2\times\frac{1}{2}AB\cdot DE=AB\cdot DE=3AB$，

$\because S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AC\cdot BF$，

$\therefore \frac{1}{2}AC\cdot BF=3AB$，

$\because AC=AB$，

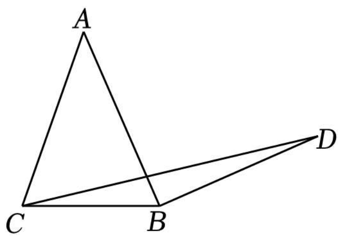
$\therefore \frac{1}{2}BF=3$，

$\therefore BF=6\text{cm}$，

在 $Rt\Delta ABF$ 中，$AF=\sqrt{AB^2-BF^2}=\sqrt{10^2-6^2}=8\text{cm}$，

故答案为8.

2. 如图，$AC=AB=BD$，$AB\perp BD$，$BC=8$，则 ΔBCD 的面积为 (　　)



A. 8　　B. 12　　C. 14　　D. 16

【解析】解：由题意，作 $AE\perp BC$，$DF\perp BC$，如图：

$\because AC=AB=BD$，

$\therefore AE$ 是等腰三角形 ABC 的中线，

$\therefore BE=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}\times 8=4$，

$\because AE\perp BC$，$DF\perp BC$，

$\therefore \angle AEB=\angle BFD=90^\circ$，

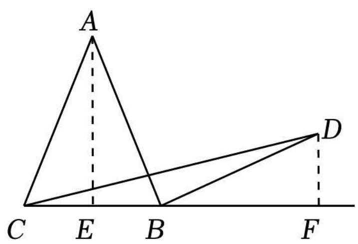
$\because \angle BAE=\angle DBF$，

$\therefore \Delta ABE\cong\Delta BDF(AAS)$，

$\therefore DF=BE=4$，

$\therefore \Delta BCD$ 的面积为：$\frac{1}{2}\times 8\times 4=16$；

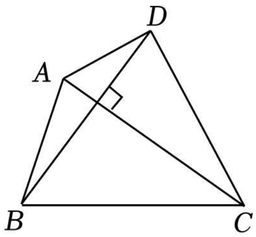
故选：D.



3. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，$AC=BC=BD$，$AC\perp BD$，若 $AB=\sqrt{5}$.

(1) 求证：$\angle ACB=2\angle ABD$；

(2) 求 ΔABD 的面积.



【解析】(1) 证明：如图1，过 C 作 $CF\perp AB$ 交 AB 于点 F，

$\because AC\perp BD$，$CF\perp AB$，

$\therefore \angle ACF+\angle FAC=90^\circ$，$\angle ABD+\angle BAC=90^\circ$，

$\therefore \angle ACF=\angle ABD$，

$\because AC=BC$，$CF\perp AB$，

$\therefore \angle ACF=\angle BCF$，

$\therefore \angle ACB=2\angle ABD$；

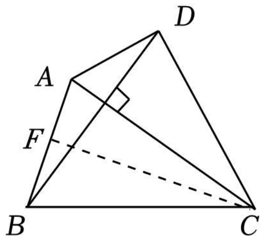


图1

(2) 解：如图2，过 D 作 $DE\perp AB$ 交 BA 的延长线于点 E，

$\because AC=BC$，$CF\perp AB$，

$\therefore AF=BF=\frac{1}{2}AB=\frac{\sqrt{5}}{2}$，

由 (1) 知：$\angle ACF=\angle ABD$，$\angle ACF=\angle BCF$，

$\therefore \angle EBD=\angle BCF$，

在 ΔBDE 和 ΔCBF 中，$\begin{cases}\angle DEB=\angle BFC=90^\circ\\ \angle EBD=\angle BCF\\ BC=BD\end{cases}$，

$\therefore \Delta BDE\cong\Delta CBF(AAS)$

$\therefore BF=ED=\frac{\sqrt{5}}{2}$，

$\therefore S_{\Delta ABD}=\frac{1}{2}\times AB\times DE=\frac{1}{2}\times\sqrt{5}\times\frac{\sqrt{5}}{2}=\frac{5}{4}$.

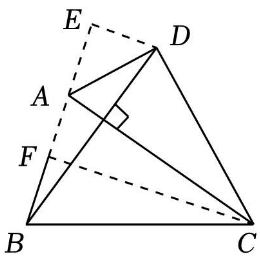
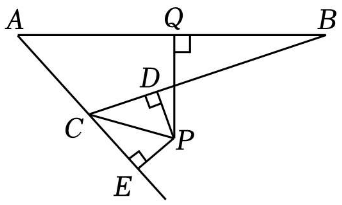


图2

4. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，AB 边的垂直平分线 PQ 与 $\triangle ABC$ 的外角平分线交于点 P，过点 P 作 $PD\perp BC$ 于点 D，$PE\perp AC$ 于点 E．若 $BC=8$，$AC=4$．则 CE 的长度是 ___2___.



【解析】解：连接 PA、PB，

$\because CP$ 是 $\angle BCE$ 的平分线，$PD\perp BC$，$PE\perp AC$，

$\therefore PD=PE$，

在 $Rt\triangle CDP$ 和 $Rt\triangle CEP$ 中，$\begin{cases}PD=PE\\ PC=PC\end{cases}$，

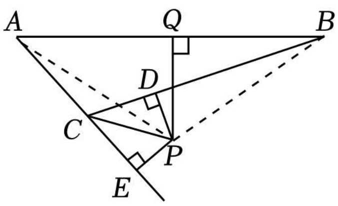
$\therefore Rt\triangle CDP\cong Rt\triangle CEP(HL)$，

$\therefore CD=CE$，

$\because PQ$ 是线段 AB 的垂直平分线，

$\therefore PA=PB$，

在 $Rt\triangle AEP$ 和 $Rt\triangle BDP$ 中，$\begin{cases}PE=PD\\ PA=PB\end{cases}$，



$\therefore Rt\triangle AEP \cong Rt\triangle BDP(HL)$，

$\therefore AE=BD$，

$\therefore CE=AE-AC=BD-AC=(BC-CD)-AC=BC-CE-AC$，

整理得：$2CE=BC-AC=8-4=4$，

$\therefore CE=2$，

故答案为：2.

5. 如图，在 ΔABC 中，$AB=AC$，E 在线段 AC 上，D 在 AB 的延长线，连 DE 交 BC 于 F，过点 E 作 $EG\perp BC$ 于 G.

(1) 若 $\angle A=50^\circ$，$\angle D=30^\circ$，求 $\angle GEF$ 的度数；

(2) 若 $BD=CE$，求证：$FG=BF+CG$.

【解析】(1) 解：$\because \angle A=50^\circ$，

$\therefore \angle C=\frac{1}{2}(180^\circ-\angle A)=\frac{1}{2}(180^\circ-50^\circ)=65^\circ$，

$\because EG\perp BC$，

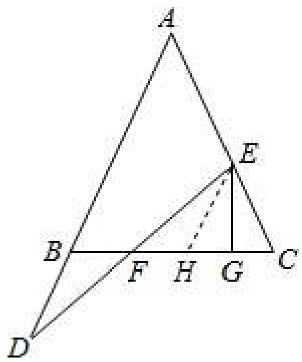
$\therefore \angle CEG=90^\circ-\angle C=90^\circ-65^\circ=25^\circ$，

$\because \angle A=50^\circ$，$\angle D=30^\circ$，

$\therefore \angle CEF=\angle A+\angle D=50^\circ+30^\circ=80^\circ$，

$\therefore \angle GEF=\angle CEF-\angle CEG=80^\circ-25^\circ=55^\circ$；

(2) 证明：过点 E 作 $EH\parallel AB$ 交 BC 于 H，



则 $\angle ABC=\angle EHC$，$\angle D=\angle FEH$，

$\because AB=AC$，

$\therefore \angle ABC=\angle C$，

$\therefore \angle EHC=\angle C$，

$\therefore EC=EH$，

$\because BD=CE$，

$\therefore BD=EH$，

在 ΔBDF 和 ΔHEF 中，$\begin{cases}\angle D=\angle FEH\\ \angle EFH=\angle DFB\\ BD=EH\end{cases}$，

$\therefore \Delta BDF\cong\Delta HEF(AAS)$，

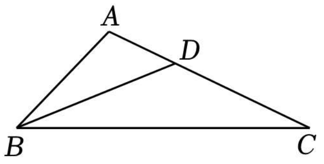
$\therefore BF=FH$，

又 $\because EC=EH$，$EG\perp BC$，

$\therefore CG=HG$，

$\therefore FG=FH+HG=BF+CG$.

6. 如图，在 ΔABC 中，BD 平分 $\angle ABC$，$\angle A=2\angle ADB$，$AB=6$，$CD=7$，则 BC 的长为　　(　　)

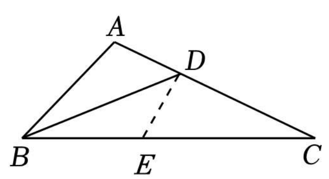


A. 3　　B. 13　　C. 12　　D. 14

【解析】解：在 BC 上截取 $BE=AB$，连接 DE，

$\because BD$ 平分 $\angle ABC$，

$\therefore \angle ABD=\angle DBC$，



在 ΔBAD 和 ΔBED 中，$\begin{cases} BE=BA \\ \angle ABD=\angle DBC, \\ BD=BD \end{cases}$

$\therefore \Delta BAD \cong \Delta BED(SAS)$，

$\therefore \angle A=\angle BED$，$\angle BDA=\angle BDE$，$AD=DE$，又 $\angle A=2\angle BDA$，

$\therefore \angle BED=2\angle BDA$，

而 $\angle ADE=\angle BDA+\angle BDE=2\angle BDA$，

$\therefore \angle ADE=\angle BED$，

$\therefore \angle CED=\angle EDC$，

$\therefore CD=CE$，

$\therefore BC=BE+CE=AB+CD=6+7=13$.

故选：B.

7. 如图，在 ΔABC 中，$AB=12$，$AC=9$，沿过点 A 的直线折叠这个三角形，使点 C 落在 AB 边上的点 E 处，折痕为 AD，若 $\angle ADE=\frac{1}{2}\angle C$，则 BD 的长是 ___3___.

【解析】解：由折叠的性质可得：$\angle BAD=\angle CAD$，$AE=AC=9$，$\angle C=\angle AED$，$\angle ADE=\angle ADC$，

$\because AB=12$，

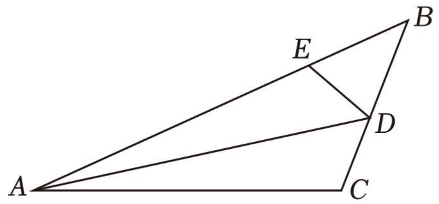
$\therefore BE=AB-AE=3$，

$\because \angle ADE=\frac{1}{2}\angle C$，即 $\angle C=2\angle ADE$，

$\therefore \angle EDC=\angle AED$，

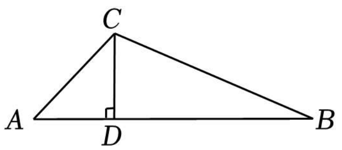
$\therefore \angle BDE=\angle BED$，

$\therefore BD=BE=3$，



故答案为：3.

8. 如图，CD 是 ΔABC 的高，且 $BD=AC+AD$，若 $\angle B=23^\circ$，则 $\angle A=$ ______ 46° ______.



【解析】解：如图所示，在 BD 上取一点 E 使得 $AD=ED$，连接 CE，

$\because CD$ 是 ΔABC 的高，

$\therefore \angle ADC=\angle EDC=90^\circ$，

在 ΔACD 和 ΔECD 中，$\begin{cases} AD=ED \\ \angle ADC=\angle EDC, \\ CD=CD \end{cases}$

$\therefore \Delta ACD \cong \Delta ECD(SAS)$，

$\therefore AC=EC$，$\angle CED=\angle A$，

$\because BD=AC+AD$，

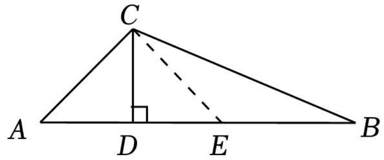
$\therefore BD=DE+CE=DE+BE$，

$\therefore CE=BE$，

$\therefore \angle ECB=\angle B=23^\circ$，

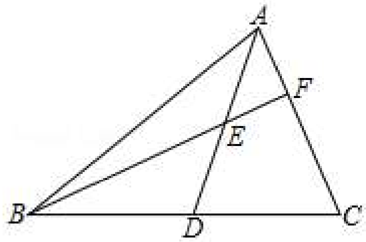
$\therefore \angle CED=\angle B+\angle ECB=46^\circ$，

$\therefore \angle A=\angle CED=46^\circ$，



故答案为：46°.

9. 如图，AD 是 ΔABC 的中线，E 是 AD 上一点，BE 交 AC 于 F．若 $BE=AC$，$BF=9$，$CF=6$，则 AF 的长度为 $\underline{\ \frac{3}{2}\ }$.



【解析】解：如图，延长 AD 到 G 使 $DG=AD$，连接 BG，

$\because AD$ 是 ΔABC 的中线，

$\therefore CD=BD$，

在 ΔACD 与 ΔGBD 中，$\begin{cases} CD=BD \\ \angle ADC=\angle BDG, \\ AD=DG \end{cases}$

$\therefore \Delta ACD\cong\Delta GBD(SAS)$，

$\therefore \angle CAD=\angle G$，$AC=BG$，

$\because BE=AC$，

$\therefore BE=BG$，

$\therefore \angle G=\angle BEG$，

$\because \angle BEG=\angle AEF$，

$\therefore \angle AEF=\angle EAF$.

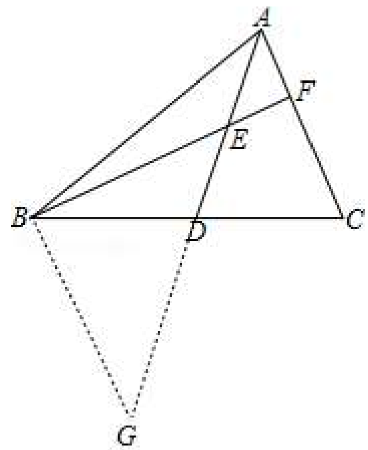
$\therefore EF=AF$，

$\therefore AF+CF=BF-AF$，

即 $AF+6=9-AF$，

$\therefore AF=\frac{3}{2}$.

故答案为：$\frac{3}{2}$.



10. 问题：如图1，在 $Rt\Delta ABC$ 中，$\angle BAC=90^\circ$，$AB=AC$，D 为 BC 边上一点（不与点 B，C 重合），将线段 AD 绕点 A 逆时针旋转 90° 得到 AE，连接 EC.

求证：$\Delta ABD\cong\Delta ACE$；

探索：如图2，在 $Rt\Delta ABC$ 和 $Rt\Delta ADE$ 中，$\angle BAC=\angle DAE=90^\circ$，$AB=AC$，$AD=AE$，将 ΔADE 绕点 A 旋转，使点 D 落在 BC 边上，试探索线段 DE，BD，CD 之间满足的数量关系，并证明你的结论；

应用：如图3，在四边形 $ABCD$ 中，$\angle ABC=\angle ACB=\angle ADC=45^\circ$，若 $BD=6$，$CD=2$，则 $AD=$ $\underline{\ \ 4\ \ }$.

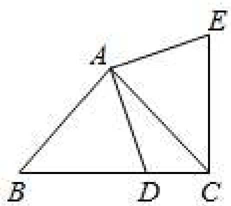


图1

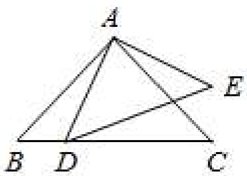


图2

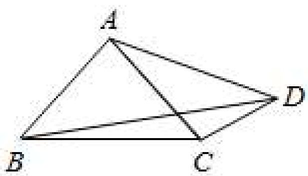


图3

【解析】问题：证明：如图1，由旋转得 $\angle DAE=90^\circ$，$AD=AE$，

$\because \angle BAC=90^\circ$，

$\therefore \angle BAD=\angle CAE=90^\circ-\angle CAD$，

在 ΔABD 和 ΔACE 中，$\begin{cases} AB=AC \\ \angle BAD=\angle CAE, \\ AD=AE \end{cases}$

$\therefore \Delta ABD \cong \Delta ACE(SAS)$．

探索：解：$DE^2 = BD^2 + CD^2$，

证明：如图2，连接CE，

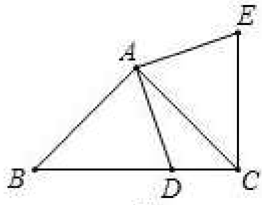


图1

$\because AB = AC$，$\angle BAC = 90°$，

$\therefore \angle B = \angle ACB = 45°$，

$\because \angle DAE = 90°$，

$\therefore \angle BAD = \angle CAE = 90° - \angle CAD$，

在ΔABD和ΔACE中，$\begin{cases} AB = AC \\ \angle BAD = \angle CAE \\ AD = AE \end{cases}$，

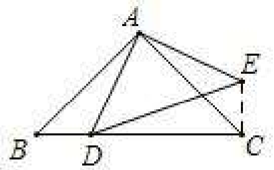


图2

$\therefore \Delta ABD \cong \Delta ACE(SAS)$，

$\therefore \angle B = \angle ACE = 45°$，$BD = CE$，

$\therefore \angle DCE = \angle ACB + \angle ACE = 90°$，

$\therefore DE^2 = CE^2 + CD^2$，

$\therefore DE^2 = BD^2 + CD^2$．

应用：解：如图3，将线段AD绕点A逆时针旋转$90°$得到线段AE，连接CE、DE，

由旋转得$AD = AE$，$\angle DAE = 90°$，

$\therefore \angle ADE = \angle AED = 45°$，

$\because \angle ADC = 45°$，

$\therefore \angle CDE = \angle ADC + \angle ADE = 90°$，

$\because \angle ABC = \angle ACB = 45°$，

$\therefore AB = AC$，$\angle BAC = 90°$，

$\therefore \angle BAD = \angle CAE = 90° + \angle CAD$，

在ΔABD和ΔACE中，$\begin{cases} AB = AC \\ \angle BAD = \angle CAE \\ AD = AE \end{cases}$，

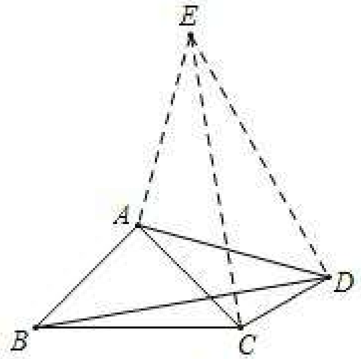


图3

$\therefore \Delta ABD \cong \Delta ACE(SAS)$，

$\therefore BD = CE = 6$，

$\because CD = 2$，

$\therefore DE^2 = CE^2 - CD^2 = 6^2 - 2^2 = 32$，

$\therefore AD^2 + AE^2 = DE^2 = 32$，

$\therefore 2AD^2 = 32$，

$\therefore AD = 4$，

故答案为：4．