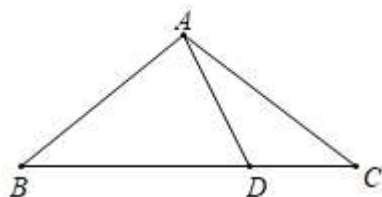


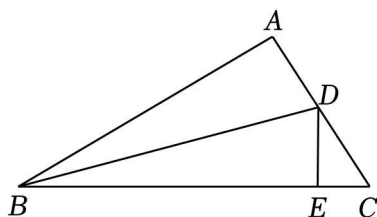
2024 年期中考试初二数学定心卷

1. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 5$, $BC = 8$, D 是线段 BC 上 (不含端点 B, C) 的动点. 若线段 AD 长为正整数, 则点 D 的个数共有 ()



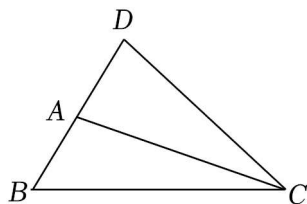
- A. 5 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

2. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $\angle ABC$ 的角平分线交 AC 于点 D , $DE \perp BC$ 于点 E , 若 $\triangle ABC$ 与 $\triangle CDE$ 的周长分别为 13 和 3, 则 AB 的长为 ()



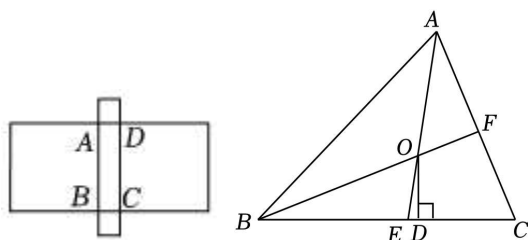
- A. 10 B. 16 C. 8 D. 5

3. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 60^\circ$, $BC = 20$, 点 D 在 BA 的延长线上, $CA = CD$, $BD = 12$, 则 AD 的长为 ()



- A. 6 B. 5 C. 4 D. 3

4. 某中学开展以“杭州亚运会”为主题的学科活动, 要求设计几何图形作品来表达对亚运会的祝福. 小冬以长方形 $ABCD$ 的四条边为边分别向外作四个正方形, 设计出“中”字图案, 如图所示. 若长方形 $ABCD$ 的相邻两边之差为 8, 且四个正方形的面积和为 160, 则长方形 $ABCD$ 的面积是 ()

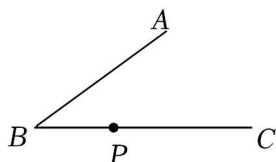


- A. 7 B. 8 C. 9 D. 10

5. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC$ 和 $\angle ABC$ 的平分线 AE , BF 相交于点 O , AE 交 BC 于 E , BF 交 AC 于 F , 过点 O 作 $OD \perp BC$ 于 D , 下列三个结论: ① $\angle AOB = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle C$; ② 当 $\angle C = 60^\circ$ 时, $AF + BE = AB$; ③ 若 $OD = a$, $AB + BC + CA = 2b$, 则 $S_{\triangle ABC} = ab$. 其中正确的是 ()

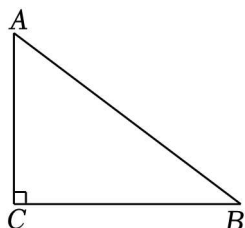
- A. ①② B. ②③ C. ①②③ D. ①③

6. 如图, 点 A 是射线 BC 外一点, 连接 AB , 若 $AB = 5\text{cm}$, 点 A 到 BC 的距离为 3cm , 动点 P 从点 B 出发沿射线 BC 以 2cm/s 的速度运动. 设运动的时间为 t 秒, 当 t 为 () 秒时, $\triangle ABP$ 为直角三角形.



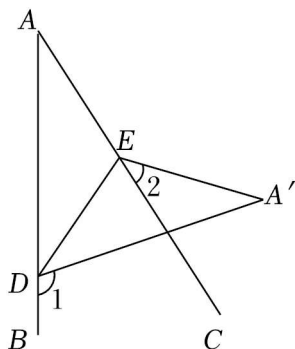
- A. $\frac{25}{4}$ B. $\frac{24}{4}$ C. 2 或 $\frac{25}{4}$ D. 2 或 $\frac{25}{8}$

7. 如图, 直角 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 3$, $BC = 4$, 将 $\triangle ABC$ 沿 AB 折叠得 $\triangle ABD$, 点 C 的对应点为点 D , 则点 D 到 BC 的距离为 ()



- A. $\frac{12}{5}$ B. $\frac{24}{5}$ C. $\frac{96}{25}$ D. $\frac{12}{5}$ 或 $\frac{24}{5}$

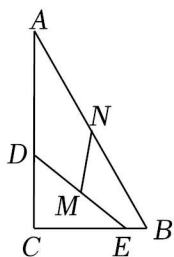
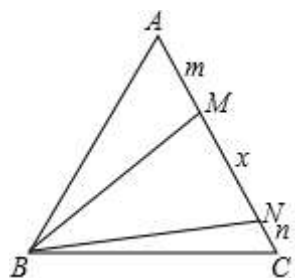
8. 如图: 已知点 D 、 E 分别在 AB 、 AC 边上, 将 $\triangle ADE$ 沿 DE 折叠, 点 A 落在 $\angle BAC$ 外部的点 A' 处, 则 $\angle 1 : \angle 2 : \angle A$ 的比值可能为 ()



- A. 6:4:1 B. 6:4:2 C. 6:4:3 D. 6:4:4

9. 如图, 在等边三角形 ABC 中, 在 AC 边上取两点 M 、 N , 使 $\angle MBN = 30^\circ$. 若 $AM = m$, $MN = x$, $CN = n$, 则以 x , m , n 为边长的三角形的形状为 ()

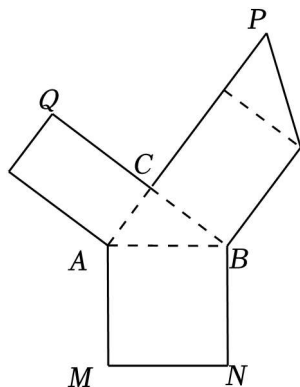
- A. 锐角三角形 B. 直角三角形 C. 钝角三角形 D. 随 x , m , n 的值而定



10. 如图, $\triangle ABC$ 中 $\angle C = 90^\circ$, $AB = 10$, $AC = 8$, $BC = 6$, 线段 DE 的两个端点 D 、 E 分别在边 AC , BC 上滑动, 且 $DE = 4$, 若点 M 、 N 分别是 DE 、 AB 的中点, 则 MN 的最小值为 ()

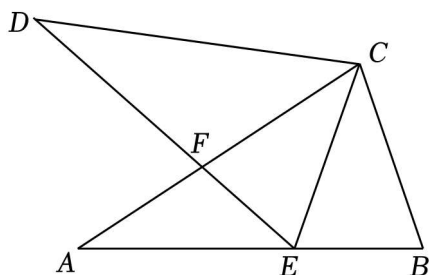
- A. 2 B. 3 C. 3.5 D. 4

11. 直三棱柱的表面展开图如图所示, $AC=3$, $BC=4$, $AB=5$, 四边形 $AMNB$ 是正方形, 将其折叠成直三棱柱后, 下列各点中, 与点 C 距离最大的是 ()

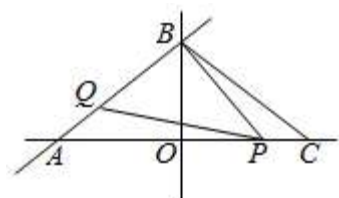


- A. 点 M B. 点 N C. 点 P D. 点 Q

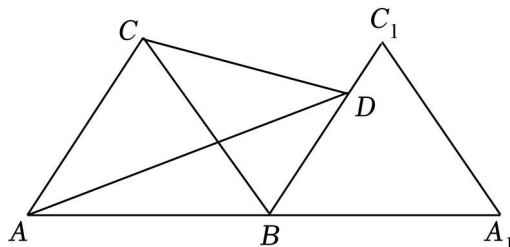
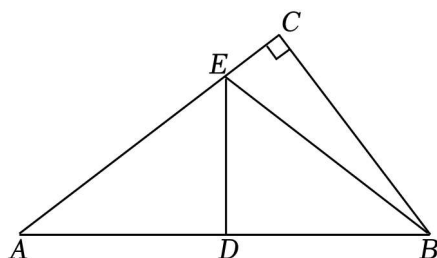
12. 如图, 点 E 在 AB 上, AC 与 DE 相交于点 F , $\triangle ABC \cong \triangle DEC$, $\angle A = 20^\circ$, $\angle B = \angle CEB = 65^\circ$, 则 $\angle DFA$ 的度数为 _____ 度.



13. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $OA=4$, $OB=3$, C 点与 A 点关于直线 OB 对称, 动点 P 、 Q 分别在线段 AC 、 AB 上 (点 P 不与点 A 、 C 重合), 满足 $\angle BPQ = \angle BAO$. 当 $\triangle PQB$ 为等腰三角形时, OP 的长度是 _____.



14. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 40^\circ$, $\angle C = 90^\circ$, 线段 AB 的垂直平分线交 AB 于点 D , 交 AC 于点 E , 则 $\angle EBC =$ _____.

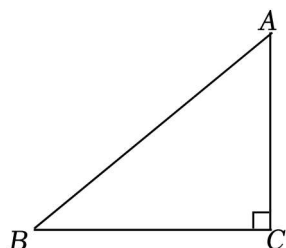


15. 如图, $\triangle ABC$ 与 $\triangle A_1BC_1$ 是全等的两个等边三角形, A , B , A_1 在同一条直线上, D 为线段 BC_1 上一动点, 若 $AD + CD$ 的最小值为 5, 则等边三角形 ABC 的边长为 _____.

16. 请同学们运用公式 $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$ 解决问题: 已知 a, b, c 满足 $a^2 + b^2 + c^2 = 6$, 则 $(a+b)^2 + (b+c)^2 + (c+a)^2$ 的最小值为 _____.

17. 若 $x - 2y - 1 = 0$, 则 $2^x \div 4^y \times 8$ 等于 _____.

18. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AB = 5$, $AC = 3$, 点 M, N 分别为 BC, AB 上的动点, 则 $AM + MN$ 的最小值为 _____.



19. 课外兴趣小组活动时, 老师提出了如下问题: 如图 1, $\triangle ABC$ 中, 若 $AB = 6$, $AC = 4$, 求 BC 边上的中线 AD 的取值范围. 小明在组内经过合作交流, 得到了如下的解决方法: 如图 1 所示, 延长 AD 到点 E , 使 $DE = AD$, 连接 BE . 请根据小明的思路继续思考:

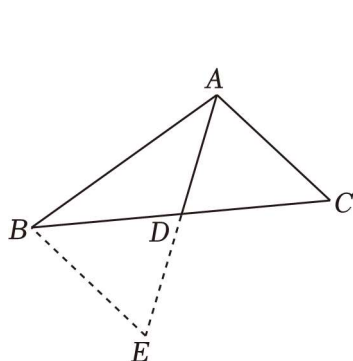


图1

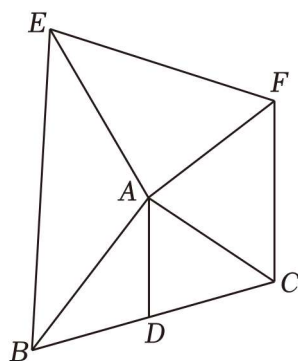


图2

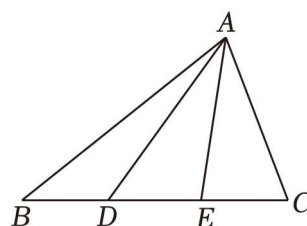


图3

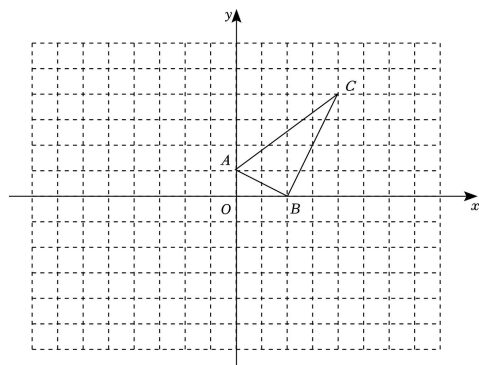
(1) 由已知和作图能证得 $\triangle ADC \cong \triangle EDB$, 得到 $BE = AC$, 在 $\triangle ABE$ 中求得 $2AD$ 的取值范围, 从而求得 AD 的取值范围是 _____.

方法总结: 上述方法我们称为“倍长中线法”. “倍长中线法”多用于构造全等三角形和证明边之间的关系.

(2) 如图 2, AD 是 $\triangle ABC$ 的中线, $AB = AE$, $AC = AF$, $\angle BAE + \angle CAF = 180^\circ$, 试判断线段 AD 与 EF 的数量关系, 并加以证明.

(3) 如图 3, 在 $\triangle ABC$ 中, D, E 是 BC 的三等分点. 求证: $AB + AC > AD + AE$.

20. 如图,在平面直角坐标系中, $\triangle ABC$ 的顶点 $A(0,1)$, $B(2,0)$, $C(4,4)$ 均在正方形网格的格点上.



- (1) 画出 $\triangle ABC$ 关于 x 轴对称的图形 $\triangle A_1B_1C_1$, 并写出顶点 A_1 , B_1 , C_1 的坐标;
- (2) 求 $\triangle ABC$ 的面积;
- (3) 在 x 轴上找一点 P , 使得 $\triangle PAC$ 的周长最小 (保留作图痕迹).

21. 【了解概念】

如图 1, 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 中, $AB = AC$, $AD = AE$, $\angle BAC = \angle DAE$, 连接 CE , 连接 BD 并延长与 CE 交于点 F , 那么将 $\angle BFC$ 叫做 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 的底联角.

【探究归纳】

- (1) 两个等腰三角形的底联角与这两个等腰三角形的顶角有怎样的数量关系? 请用文字语言写出结论.

【拓展提升】

运用 (1) 中的结论解决问题:

- (2) 如图 2, $AB = AC$, $AD = AE$, $\angle BAC = \angle DAE = 90^\circ$, $\angle DCE = 62^\circ$, 求 $\angle BDC$ 的度数;
- (3) 如图 3, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB = 6$, $BC = 4$, $CD = 5$, 点 O 为四边形 $ABCD$ 内一点. 且 $OA = OB$, $OC = OD$, $\angle AOB = \angle COD = 90^\circ$, 求 AD 的长.

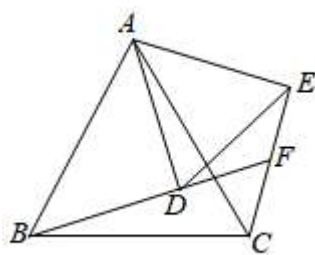


图1

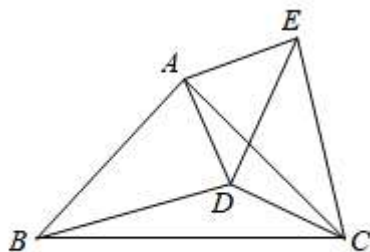


图2

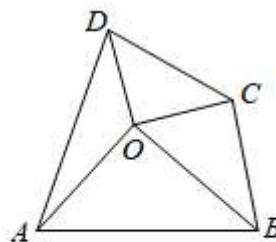


图3

22. 课堂上学习了勾股定理后知道：直角三角形三边长是整数时我们称之为“勾股数”。王老师给出一组数让学生观察：3、4、5；5、12、13；7、24、25；9、40、41；…，学生发现这些勾股数的勾都是奇数，且从3起就没有间断过，于是王老师提出以下问题让学生解决。

若两直角边为 $a, b (a < b)$ ，斜边为 c 。

- (1) 请你根据上述的规律写出下一组勾股数：11、_____、_____；
- (2) 当 $a = n (n \text{ 为奇数, 且 } n \geq 3)$ 时，若 $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $c = \underline{\hspace{2cm}}$ 时可以构造出勾股数 (用含 n 的代数式表示)；并证明你的猜想；
- (3) 当 $a = n (n \text{ 为偶数, 且 } n > 4)$ 时，若 $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $c = \underline{\hspace{2cm}}$ 时可以构造出勾股数 (用含 n 的代数式表示)；
- (4) 构造勾股数的方法很多，请你寻找当 $a = 20$ 时， $c = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

23. 如图，在四边形 $ABDE$ 中， $\triangle ABC$ 、 $\triangle DCE$ 是等腰直角三角形，且 $\angle ACB = \angle DCE = 90^\circ$ ， $\angle BCD$ 为锐角；

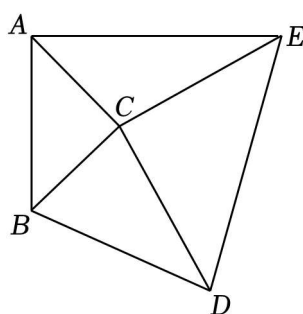


图1

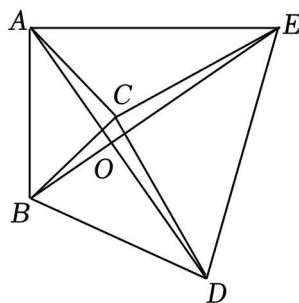


图2

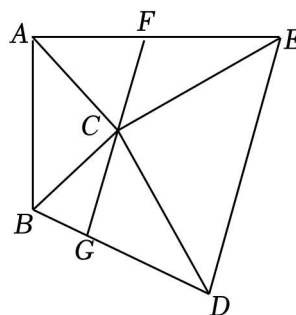


图3

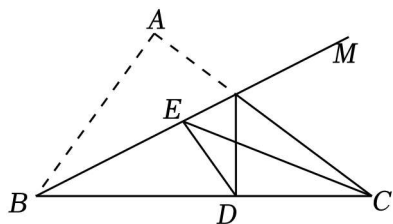
- (1) 在图1中， $\triangle ACE$ 与 $\triangle BCD$ 面积相等吗？请说明理由。
- (2) 如图2，若 $AC = 4$ ， $CD = 5$ 。则四边形 $ABDC$ 面积最大值为 _____。
- (3) 如图3，已知 $BD = 6$ ， $\triangle ACE$ 的面积为10， G 在 BD 边上， GC 的延长线经过 AE 中点 F ，求 CG 的长。

24. 先阅读下面的文字，再回答问题：大家知道 $\sqrt{2}$ 是无理数，而无理数是无限不循环小数，因此 $\sqrt{2}$ 的小数部分我们不可能全部写出来，于是小明用 $\sqrt{2} - 1$ 来表示 $\sqrt{2}$ 的小数部分，你同意小明的表示方法吗？事实上，小明的表示方法是有道理的。因为 $\sqrt{2}$ 的整数部分是1，所以将 $\sqrt{2}$ 减去其整数部分，所得的差就是 $\sqrt{2}$ 的小数部分。

例如： $\because \sqrt{4} < \sqrt{7} < \sqrt{9}$ ，即 $2 < \sqrt{7} < 3$ 。 $\therefore \sqrt{7}$ 的整数部分为2，小数部分为 $\sqrt{7} - 2$ 。

- (1) $\sqrt{19}$ 的整数部分是 _____，小数部分是 _____。
- (2) 如果 $\sqrt{5}$ 的小数部分为 a ， $\sqrt{11}$ 的整数部分为 b ，求 $a + b - \sqrt{5}$ 的值；
- (3) 已知 $9 + \sqrt{3} = x + y$ ，其中 x 是整数，且 $0 < y < 1$ ，求 $x - y$ 的值。

25. 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB=6$, $AC=8$, $BC=10$. 将 $\triangle ABC$ 沿射线 BM 折叠, 使点 A 与 BC 边上的点 D 重合, E 为射线 BM 上一个动点, 当 $\triangle CDE$ 周长最小时, CE 的长为 _____.



26. 【教材呈现】如图是苏教版八年级上册数学教材 65 页的部分内容.

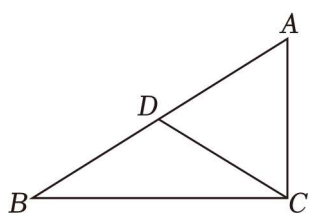
定理: 直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半.

小明给出上述定理证明中的部分演绎推理的过程如下:

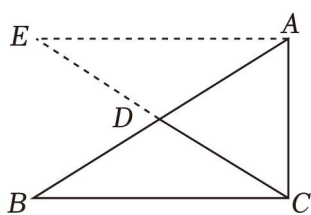
已知: 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, CD 为斜边 AB 上的中线. 求证: $CD=\frac{1}{2}AB$.

证明: 如图 2, 过点 A 作 $AE \parallel BC$, 交 CD 的延长线于点 E .

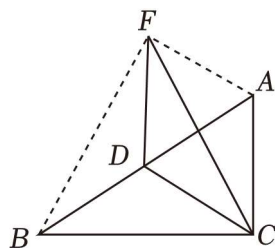
【问题解决】请结合图 2 将证明过程补充完整.



(图1)



(图2)



(图3)

【问题再探】如图 3, 将 $Rt\triangle ABC$ 的 BC 边沿着斜边上的中线 CD 折叠到 CF , 连接 AF 、 BF .

(1) 求证: $\angle AFB=90^\circ$;

(2) 若 $AC=8$, $BC=15$, 直接写出 $AF=$ _____.

27. 规定 (a,b) 表示一对数对, 给出如下定义: $m=\frac{1}{\sqrt{a}}$, $n=\sqrt{b}$ ($a>0, b>0$), (m,n) 与 (n,m) 称为数对 (a,b) 的一

对“对称数对”. 例如: 数对 $(4,1)$ 的一对“对称数对”为 $(\frac{1}{2},1)$ 与 $(1,\frac{1}{2})$.

(1) 数对 $(9,4)$ 的一对“对称数对”是 _____;

(2) 若数对 $(x,3)$ 的一个“对称数对”是 $(\sqrt{3},1)$, 则 x 的值是 _____;

(3) 若数对 (a,b) 一个“对称数对”是 $(\sqrt{2},2\sqrt{3})$, 求 a, b 的值.

28. 阅读下面的材料：

将边长分别为 $a, a + \sqrt{b}, a + 2\sqrt{b}, a + 3\sqrt{b}$ 的正方形面积分别记为 S_1, S_2, S_3, S_4 , 则 $S_2 - S_1 = (a + \sqrt{b})^2 - a^2 = [(a + \sqrt{b}) + a] \cdot [(a + \sqrt{b}) - a] = (2a + \sqrt{b}) \cdot \sqrt{b} = b + 2a\sqrt{b}$. 例如：当 $a = 1, b = 3$ 时, $S_2 - S_1 = 3 + 2\sqrt{3}$.

根据以上材料解答下列问题：

(1) 当 $a = 1, b = 3$ 时, $S_3 - S_2 = \underline{\hspace{2cm}}$, $S_4 - S_3 = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2) 当 $a = 1, b = 3$ 时, 把边长为 $a + n\sqrt{b}$ 的正方形面积记作 S_{n+1} , 其中 n 是正整数, 从 (1) 中的计算结果, 请直接写出 $S_{n+1} - S_n$ 的结果是 $\underline{\hspace{2cm}}$;

(3) 在 (2) 的条件下, 已知 $S_1 = a$, 当 $a = 1, b = 3$ 时, 令 $t_1 = S_2 - S_1, t_2 = S_3 - S_2, t_3 = S_4 - S_3, \dots, t_n = S_{n+1} - S_n$, 且 $T = t_1 + t_2 + t_3 + \dots + t_{50}$, 求 T 的值.