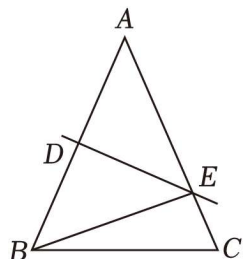


2024 年初二数学期中考试复习冲刺练习 (8)

参考答案与解析

1. 如图,在 $\triangle ABC$ 中,已知 $AB = AC$, AB 的垂直平分线交 AC 于 E , D 为垂足,连接 BE . 若 $AB = 6\text{cm}$, $\triangle BCE$ 的周长是 11cm ,则 BC 的长度 = 5 cm .



【解析】解: $\because AB$ 被 CD 垂直平分,

$$\therefore EA = EB,$$

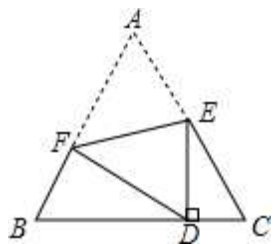
$$\therefore \triangle BCE \text{ 的周长} = BC + CE + BE = BC + CE + AE = 11(\text{cm}),$$

$$\because AB = AC = 6\text{cm},$$

$$\therefore BC = 11 - 6 = 5(\text{cm}).$$

故答案为: 5.

2. 如图,已知等边三角形 ABC 纸片,点 E 在 AC 边上,点 F 在 AB 边上,沿 EF 折叠,使点 A 落在 BC 边上的点 D 的位置,且 $ED \perp BC$,则 $\angle EFD =$ 45°.



【解析】解:由翻折的性质可知; $\angle AFE = \angle EFD$.

$\because \triangle ABC$ 为等边三角形,

$$\therefore \angle B = 60^\circ, \angle C = 60^\circ, \angle A = \angle EDF = 60^\circ.$$

$\because ED \perp BC$,

$\therefore \triangle EDC$ 为直角三角形,

$$\therefore \angle FDB = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle AFE + \angle EFD = 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EFD = 45^\circ.$$

故答案为: 45°

3. 如图1是个轴对称图形,且每个角都是直角,长度如图所示,小王按照如图2所示的方法玩拼图游戏,两两相扣,相互不留空隙,那么小王用 2024 个这样的图形(图1)拼出来的图形的总长度是 $m + 2023n$. (结果用 m, n 表示)

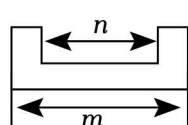


图1

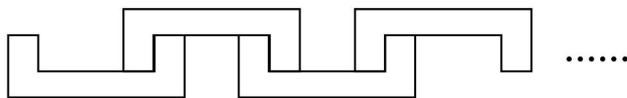


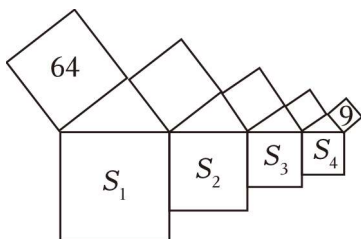
图2

【解析】解:由图可得,2个这样的图形(图1)拼出来的图形中,重叠部分的长度为 $m - n$,

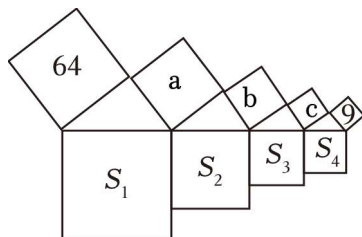
$$\therefore \text{用 } 2024 \text{ 个这样的图形(图1)拼出来的图形的总长度} = 2024m - 2023(m - n) = m + 2023n,$$

故答案为: $m + 2023n$.

4. 如图是勾股树衍生图案, 它由若干个正方形和直角三角形构成, S_1, S_2, S_3, S_4 分别表示其对应正方形的面积, 若已知上方左右两端的两个正方形的面积分别是 64, 9, 则 $S_1 - S_2 + S_3 - S_4$ 的值为 55.



【解析】解: 如图,



\because 图案由若干个正方形和直角三角形构成,

$$\therefore S_1 = 64 + a, S_2 = a + b, S_3 = b + c, S_4 = c + 9.$$

$$\therefore S_1 - S_2 + S_3 - S_4 = 64 + a - (a + b) + b + c - (c + 9) = 55.$$

故答案为: 55.

5. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle DAB = \angle BCD = 90^\circ$, 分别以四边形的四条边为边向外作四个正方形, 面积分别记为 S_1, S_2, S_3, S_4 . 若 $S_1 + S_4 = 135, S_3 = 49$, 则 $S_2 =$ 86.

【解析】解: 如图, 连接 BD .

$$\text{由题意, 得 } S_1 = AB^2, S_2 = BC^2, S_3 = CD^2, S_4 = AD^2.$$

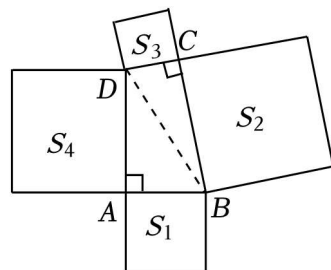
$$\text{在 } Rt\triangle ABD \text{ 中, 由勾股定理得 } BD^2 = AB^2 + AD^2 = S_1 + S_4.$$

$$\text{在 } Rt\triangle BCD \text{ 中, 由勾股定理得 } BD^2 = BC^2 + CD^2 = S_2 + S_3.$$

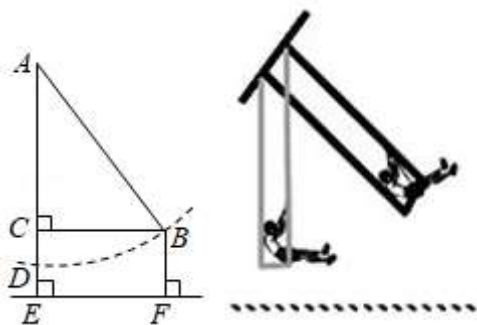
$$\therefore S_1 + S_4 = S_2 + S_3.$$

$$\therefore S_2 = S_1 + S_4 - S_3 = 135 - 49 = 86,$$

故答案为: 86.



6. 如图, 一架秋千静止时, 踏板离地的垂直高度 $DE = 0.5m$, 将它往前推送 $1.5m$ (水平距离 $BC = 1.5m$) 时, 秋千的踏板离地的垂直高度 $BF = 1m$, 秋千的绳索始终拉直, 则绳索 AD 的长是 2.5 m .



【解析】解: $\because BF \perp EF, AE \perp EF, BC \perp AE$,

∴ 四边形 $BCEF$ 是矩形, $\triangle ACB$ 是直角三角形,

∴ $CE = BF = 1m$,

∴ $CD = CE - DE = 1 - 0.5 = 0.5(m)$,

设绳索 AD 的长为 xm ,

则 $AB = AD = xm$, $AC = AD - CD = (x - 0.5)m$,

在 $Rt\triangle ABC$ 中, 由勾股定理得: $AC^2 + BC^2 = AB^2$,

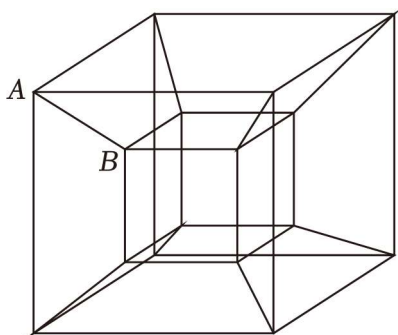
即 $(x - 0.5)^2 + 1.5^2 = x^2$,

解得: $x = 2.5(m)$,

即绳索 AD 的长是 $2.5m$,

故答案为: 2.5.

7. 一个有趣的摆件, 它由同种材质小棒焊接而成: 如图, 摆件有一大一小 2 个正方体, 它们的 8 对对应顶点用 8 根长度相等的小棒连接, 其中点 A 、点 B 是一对对应点. 观察俯视图发现: ①小正方形的面积和一个梯形的面积相等, ②线段 $AB = \sqrt{2}$, 则小正方体的棱长为 $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$.



【解析】解: 如图, 作 $AN \perp EH$, $AM \perp EF$, $DQ \perp EH$, 垂足分别为点 N 和点 M . 点 Q , 由题意得 $AN = AM$, 连结 EA 并延长过点 C 和点 G . 则 $\angle EAN = 45^\circ$

∴ 四边形 $EMAN$ 为正方形, 设 $AD = a$, 则 $NQ = a$.

在 $Rt\triangle ANE$ 中, $AE = \sqrt{2}$,

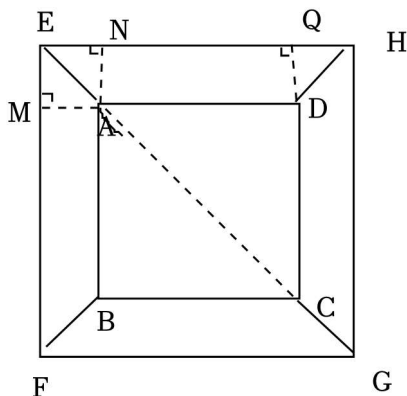
∴ $AE = NE = \frac{\sqrt{2}}{2} AE = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \sqrt{2} = 1$,

∴ $S_{\text{小正方形的面积}} = S_{\text{梯形 } ADHE}$,

∴ $a^2 = \frac{1 \times (2a + 2)}{2}$,

解得: $a = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$.

故答案为: $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$.



8. 背景介绍: 勾股定理是几何学中的明珠, 充满着魅力. 千百年来, 人们对它的证明趋之若鹜, 其中有著名的数学家, 也有业余数学爱好者. 向常春在 1994 年构造发现了一个新的证法.

小试牛刀:把两个全等的直角三角形如图1放置,其三边长分别为 a 、 b 、 c . 显然,
 $\angle DAB = \angle B = 90^\circ$, $AC \perp DE$. 请用 a 、 b 、 c 分别表示出梯形 $ABCD$ 、四边形 $AECD$ 、 $\triangle EBC$ 的面积,再探究这三个图形面积之间的关系,可得到勾股定理:

$$S_{\text{梯形}ABCD} = \frac{1}{2}a(a+b), S_{\triangle EBC} = \frac{1}{2}b(a-b), S_{\text{四边形}AECD} = \frac{1}{2}c^2,$$

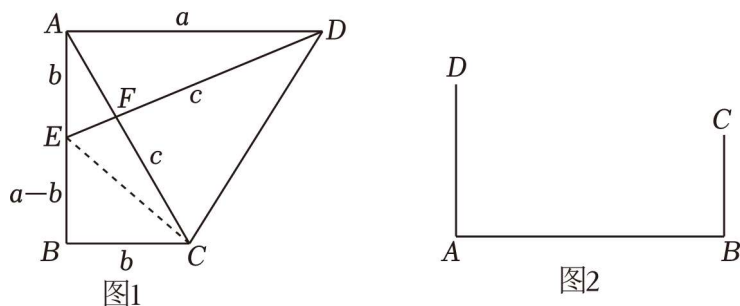
则它们满足的关系式为 $\frac{1}{2}a(a+b) = \frac{1}{2}b(a-b) + \frac{1}{2}c^2$ 经化简,可得到勾股定理.

知识运用:

(1) 如图2,铁路上 A 、 B 两点(看作直线上的两点)相距40千米, C 、 D 为两个村庄(看作两个点), $AD \perp AB$, $BC \perp AB$,垂足分别为 A 、 B , $AD = 25$ 千米, $BC = 16$ 千米,则两个村庄的距离为 41千米(直接填空);

(2) 在(1)的背景下,若 $AB = 40$ 千米, $AD = 24$ 千米, $BC = 16$ 千米,要在 AB 上建造一个供应站 P ,使得 $PC = PD$,请用尺规作图在图2中作出 P 点的位置并求出 AP 的距离.

知识迁移:借助上面的思考过程与几何模型,求代数式 $\sqrt{x^2+9} + \sqrt{(16-x)^2+81}$ 的最小值($0 < x < 16$)



【解析】解: (1) $S_{\text{梯形}ABCD} = \frac{1}{2}a(a+b)$, $S_{\triangle EBC} = \frac{1}{2}b(a-b)$, $S_{\text{四边形}AECD} = \frac{1}{2}c^2$,

它们满足的关系式为: $\frac{1}{2}a(a+b) = \frac{1}{2}b(a-b) + \frac{1}{2}c^2$,

$$\therefore a^2 + b^2 = c^2;$$

(2) 如图2①,连接 CD ,作 $CE \perp AD$ 于点 E ,

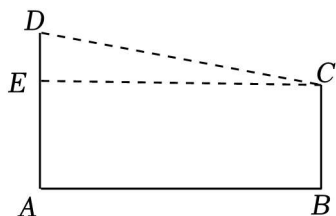


图2①

$\because AD \perp AB, BC \perp AB$,

$\therefore BC = AE, CE = AB$,

$\therefore DE = AD - AE = 25 - 16 = 9$ 千米,

$\therefore CD = \sqrt{DE^2 + CE^2} = \sqrt{9^2 + 40^2} = 41$ (千米),

\therefore 两个村庄相距41千米.

故答案为:41;

(3) 如图2所示:

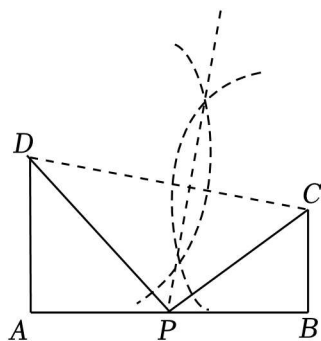


图2

设 $AP = x$ 千米, 则 $BP = (40 - x)$ 千米,

在 $Rt\triangle ADP$ 中, $DP^2 = AP^2 + AD^2 = x^2 + 24^2$,

在 $Rt\triangle BPC$ 中, $CP^2 = BP^2 + BC^2 = (40 - x)^2 + 16^2$,

$\therefore PC = PD$,

$\therefore x^2 + 24^2 = (40 - x)^2 + 16^2$,

解得 $x = 16$,

即 $AP = 16$ 千米.

(4) 如图3,

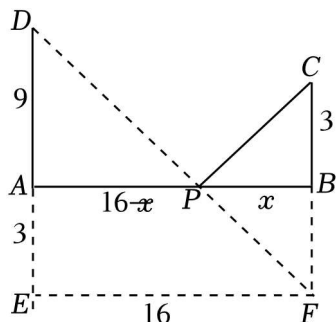


图3

先作出点 C 关于 AB 的对称点 F , 连接 DF , 过点 F 作 $EF \perp AD$ 与 E , 即: DF 就是代数式 $\sqrt{x^2 + 9} + \sqrt{(16 - x)^2 + 81}$ 的最小值.

代数式 $\sqrt{x^2 + 9} + \sqrt{(16 - x)^2 + 81}$ 的几何意义是线段 AB 上一点到点 D, C 的距离之和,

而它的最小值就是点 C 的对称点 F 和点 D 的连线与线段 AB 的交点就是它取最小值时的点,

从而构造出了以 AB 为一条直角边, AD 和 BC 的和为另一条直角边的直角三角形, 斜边就是最小的值,

\therefore 代数式 $\sqrt{x^2 + 9} + \sqrt{(16 - x)^2 + 81}$ 的最小值为: $\sqrt{DE^2 + EF^2} = \sqrt{(AD + BC)^2 + AB^2} = \sqrt{(9 + 3)^2 + 16^2} = 20$.