

高数见林初二数学期中好题回头看(一)

一、二次根式计算

1. (2024-2025 期中·吴昊相新·8) 已知 $\sqrt{6}-1$ 的整数部分为 a , 小数部分为 b , 则 $3a+2b$ 的值为 ()

- A. $2\sqrt{6}-1$ B. $2\sqrt{6}$ C. $2\sqrt{6}+1$ D. 5

2. (2024-2025 期中·胥江·24) 先阅读材料, 然后回答问题

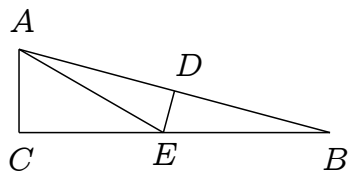
形如 $\sqrt{a+2\sqrt{b}}$ 的化简, 只要找到两个正数 x, y , 使 $x+y=a, xy=b$, 那么 $(\sqrt{x})^2+(\sqrt{y})^2=a, \sqrt{x}\cdot\sqrt{y}=\sqrt{b}$, 则有 $\sqrt{a+2\sqrt{b}}=\sqrt{(\sqrt{x}+\sqrt{y})^2}=\sqrt{x}+\sqrt{y} (x>y)$

例如: 化简 $\sqrt{6-2\sqrt{5}}$

$$\sqrt{6-2\sqrt{5}}=\sqrt{5-2\sqrt{5}\times 1+1}=\sqrt{(\sqrt{5})^2-2\sqrt{5}\times\sqrt{1}+(\sqrt{1})^2}=\sqrt{(\sqrt{5}-\sqrt{1})^2}=\sqrt{5}-1$$

(1) 请根据你从上述材料中得到的启发, 化简 $\sqrt{5+2\sqrt{6}}=$ _____; $\sqrt{7-4\sqrt{3}}=$ _____.

(2) 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ, \angle B=15^\circ$, 其中边 AB 的垂直平分线分别交 AB, BC 于点 D, E , 当 $AC=1$ 时, 求 AB 的长 (结果要化为最简形式)



3. (2024-2025 期中·星湾·25) 小明在解决问题: 已知 $a=\frac{1}{2+\sqrt{3}}$, 求 $2a^2-8a+1$ 的值. 他是这样分析与解的:

$$\because a=\frac{1}{2+\sqrt{3}}=\frac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}=2-\sqrt{3},$$

$$\therefore a-2=-\sqrt{3}, \therefore (a-2)^2=3, a^2-4a+4=3,$$

$$\therefore a^2-4a=-1, \therefore 2a^2-8a+1=2(a^2-4a)+1=2\times(-1)+1=-1.$$

请你根据小明的分析过程, 解决如下问题:

(1) 观察上面解答过程, 请写出 $\frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}=$ _____;

(2) 化简 $\frac{1}{\sqrt{2}+1}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\frac{1}{2+\sqrt{3}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{2024}+\sqrt{2023}}$;

(3) 若 $a=\frac{1}{\sqrt{26}-5}$, 请按照小明的方法求出 a^3-11a^2+9a+1 的值.

4. (2024-2025 期中·振华·24) 规律探索题: 细心观察如图, 认真分析各式, 然后回答问题:

$$OA_2^2 = (\sqrt{1})^2 + 1 = 2; S_1 = \frac{\sqrt{1}}{2} (S_1 \text{ 是 } \triangle OA_1A_2 \text{ 的面积});$$

$$OA_3^2 = (\sqrt{2})^2 + 1 = 3; S_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} (S_2 \text{ 是 } \triangle OA_2A_3 \text{ 的面积});$$

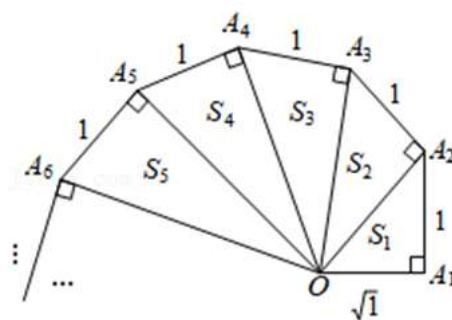
$$OA_4^2 = (\sqrt{3})^2 + 1 = 4; S_3 = \frac{\sqrt{3}}{2} (S_3 \text{ 是 } \triangle OA_3A_4 \text{ 的面积});$$

...

(1) 推算出 $OA_6^2 = \underline{\hspace{2cm}}$, $S_5 = \underline{\hspace{2cm}}$;

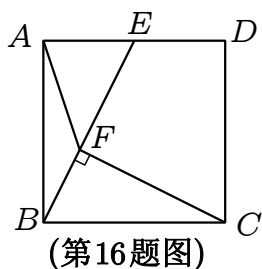
(2) 用含有 n (n 为正整数) 的等式 $S_n = \underline{\hspace{2cm}}$;

(3) 求出 $\frac{1}{S_1+S_2} + \frac{1}{S_2+S_3} + \frac{1}{S_3+S_4} + \dots + \frac{1}{S_{99}+S_{100}}$ 的值.



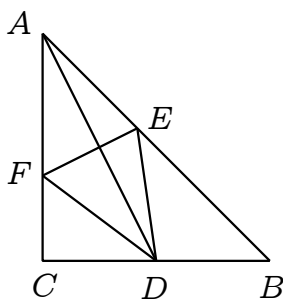
二、勾股定理求线段长度

5. (2024-2025 期中·吴昊相·16) 已知四边形 $ABCD$ 为正方形, 点 E 是边 AD 上一点, 连接 BE , 过点 C 作 $CF \perp BE$ 于点 F , 连接 AF . 若 $AF = \sqrt{2}$, $BF = 1$, 则 $CF = \underline{\hspace{2cm}}$.



(第16题图)

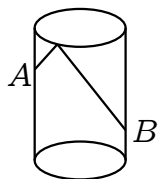
6. (2024-2025 期中·园区校·16) 如图, 一张等腰直角三角形纸片, $\angle C = 90^\circ$, $AB = 4$, 将纸片沿 EF 折叠, 使点 A 恰好落在 BC 边的中点 D 处, 则 AE 的长度 = $\underline{\hspace{2cm}}$.



(第16题图)

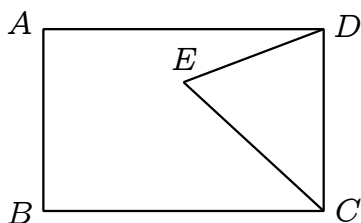
三、勾股定理最值相关

7. (2024 - 2025 期中·园区校·15) 如图, 圆柱形容器高为 12cm, 底面周长为 10cm. 在容器内壁距离容器底部 3cm 的点 B 处有一蚊子, 此时一只壁虎正好在容器外壁, 距离容器上沿 3cm 与蚊子相对的点 A 处, 则壁虎捕捉蚊子需爬行的最短距离为 _____ cm (不计壁厚).



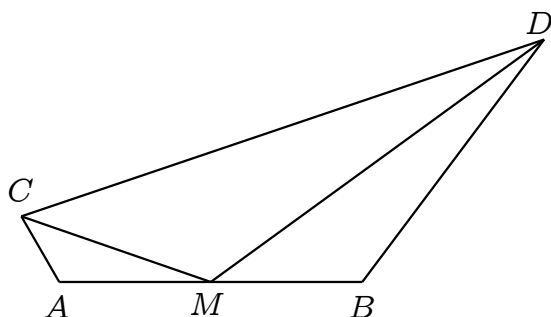
(第15题图)

8. (2024 - 2025 期中·星湾·18) 如图, 长方形 $ABCD$ 中, $AB = 4$, 点 E 是长方形 $ABCD$ 内的一个动点, 且 $\triangle CDE$ 的面积始终等于长方形 $ABCD$ 面积的 $\frac{1}{4}$. 若 $EA + EB$ 的最小值为 6, 则 AD 的长为 _____.



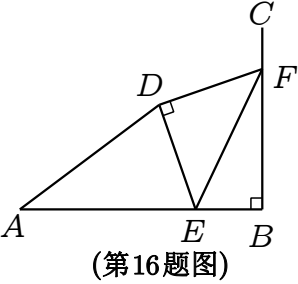
(第18题图)

9. (2024 - 2025 期中·平江草桥·18) 如图, 线段 AC 、 BD 在 AB 的同侧, 点 M 为线段 AB 中点, $AC = 2$, $BD = 8$, $AB = 8$, 若 $\angle CMD = 135^\circ$, 则线段 CD 的最大值为 _____.

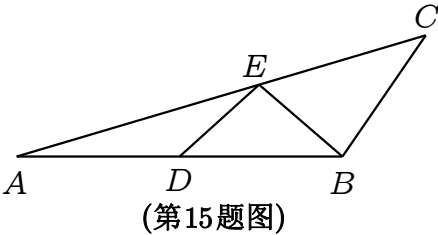


(第16题图)

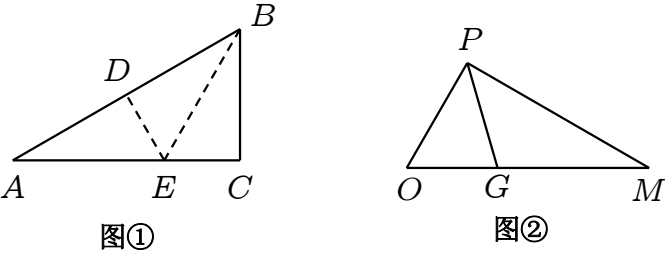
10. (2024－2025 期中·立达·16) 如图, $AB \perp BC$, $AB=8$, 点 E 、 F 分别是线段 AB 、射线 BC 上的动点, 以 EF 为斜边向上作等腰 $Rt\triangle DEF$, $\angle EDF=90^\circ$, 连接 AD , 则 AD 的最小值为 _____.



11. (2024－2025 期中·昆太常张·15) 如图, 在钝角三角形 ABC 中, $\angle CAB=15^\circ$, $AB=2$. 点 D 是 AB 边上任意一点, 点 E 是 AC 边上一动点, 当 $DE+BE$ 取得最小值时, AD 的长为 _____.



12. (2024－2025 期中·金鸡湖·18) 如图①, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $\angle A=30^\circ$, 点 C 沿 BE 折叠与 AB 上的点 D 重合, 连接 DE , 可以探究得到: $\frac{BC}{AB} = \frac{1}{2}$; 请在这一结论的基础上继续思考: 如图②, 在 $\triangle OPM$ 中, $\angle OPM=90^\circ$, $\angle M=30^\circ$, 若 $OM=2$, 点 G 是 OM 边上的动点, 则 $PG + \frac{1}{2}MG$ 的最小值为 _____.



(第18题图)

