进一数学初一数学每日一练(2.24)

参考答案与解析

1. 已知 a，b，c 为正整数，且满足 $2^a\times3^b\times4^c=384$，则 $a+b+c$ 的取值不可能是 (　　)

A. 5　　B. 6　　C. 7　　D. 8

【解析】解：根据题意得：$2^{a+2c}\cdot3^b=2^7\times3$，

$\therefore a+2c=7$，$b=1$，

$\because a$，b，c 为正整数，

$\therefore$ 当 $c=1$ 时，$a=5$；

当 $c=2$ 时，$a=3$；

当 $c=3$ 时，$a=1$，

$\therefore a+b+c$ 不可能为 8.

故选：D.

2. 若 $3^x=4$，$3^{2y}=7$，则 3^{x+2y} 的值为 (　　)

A. 11　　B. 28　　C. $\frac{4}{7}$　　D. 18

【解析】解：$\because 3^x=4$，$3^{2y}=7$，

$\therefore 3^{x+2y}=3^x\cdot3^{2y}=4\times7=28$，

故选：B.

3. 定义：如果 $a^x=N(a>0,a\neq1)$，那么 x 叫做以 a 为底 N 的对数，记做 $x=\log_aN$. 例如：因为 $7^2=49$，所以 $\log_749=2$；因为 $5^3=125$，所以 $\log_5125=3$. 则下列说法正确的个数为 (　　)

①$\log_61=0$；

②$\log_32^3=3\log_32$；

③若 $\log_2(3-a)=\log_827$，则 $a=0$；

④$\log_2xy=\log_2x+\log_2y(x>0,y>0)$.

A. 4　　B. 3　　C. 2　　D. 1

【解析】解：$\because 6^0=1$，

$\therefore \log_61=0$，说法①符合题意；

由于 $d^m\cdot d^n=d^{m+n}$，设 $M=d^m$，$N=d^n$，

则 $m=\log_dM$，$n=\log_dN$，

于是 $\log_d(MN)=m+n=\log_dM+\log_dN$，说法④符合题意；

则 $\log_32^3=\log_3(2\times2\times2)=\log_32+\log_32+\log_32=3\log_32$，说法②符合题意；

设 $p=\log_ab$，则 $a^p=b$，

两边同时取以 c 为底的对数，

$\log_ca^p=\log_cb$，则 $p\log_ca=\log_cb$，

所以 $p=\dfrac{\log_cb}{\log_ca}$ 即 $\log_ab=\dfrac{\log_cb}{\log_ca}$，

则 $\log_827=\dfrac{\log_227}{\log_28}=\dfrac{1}{3}\log_227=\log_227^{\frac{1}{3}}=\log_23$，

$\because \log_2(3-a)=\log_827=\log_23$，

$\therefore a=0$，说法③符合题意；

故选：A.

4. 已知 $2x-3y+6=0$，则代数式 $4^{x+1}\cdot8^{2-y}$ 的值为 $\underline{\quad 4 \quad}$.

【解析】解：$\because 2x-3y+6=0$，

$\therefore 2x-3y=-6$，

$\therefore 4^{x+1}\cdot 8^{2-y}=2^{2(x+1)}\cdot 2^{3(2-y)}$

$=2^{2x+2}\cdot 2^{6-3y}$

$=2^{2x-3y+8}$

$=2^{-6+8}$

$=2^{2}$

$=4.$

故答案为：4.

5. 若 $2^{2n+3}+4^{n+1}=192$，则 n 的值为 ___2___.

【解析】解：$\because 2^{2n+3}+4^{n+1}=192$，

$\therefore 2^{2n+3}+2^{2n+2}=192$，

$\therefore 2\times 2^{2n+2}+2^{2n+2}=192$，

$\therefore 3\times 2^{2n+2}=192$，

$\therefore 2^{2n+2}=64$，

$\therefore 2n+2=6$，

$\therefore n=2.$

故答案为：2.

6. 已知 $5^{a}=2^{b}=10$，那么 $\dfrac{ab}{a+b}$ 的值为 ___1___.

【解析】解：$\because 5^{a}=2^{b}=10$，

$\therefore (5^{a})^{b}=10^{b}$，$(2^{b})^{a}=10^{a}$，

$\therefore 5^{ab}=10^{b}$，$2^{ab}=10^{a}$，

$\therefore 5^{ab}\times 2^{ab}=10^{b}\times 10^{a}$，

$\therefore 10^{ab}=10^{a+b}$，

$\therefore ab=a+b$，

$\therefore$ 原式 $=1$，

故答案为：1.

7. 定义：如果 $2^{m}=n$（m，n 为正数），那么我们把 m 叫做 n 的 D 数，记作 $m=D(n)$.

(1) 根据 D 数的定义，填空：$D(2)=$ ___1___，$D(16)=$ ______.

(2) D 数有如下运算性质：$D(s\cdot t)=D(s)+D(t)$，$D\left(\dfrac{q}{p}\right)=D(q)-D(p)$，其中 $q>p$.

根据运算性质，计算：

①若 $D(a)=1$，求 $D(a^{3})$；

②若已知 $D(3)=2a-b$，$D(5)=a+c$，试求 $D(15)$，$D\left(\dfrac{5}{3}\right)$，$D(108)$，$D\left(\dfrac{27}{20}\right)$ 的值（用 a、b、c 表示）.

【解析】解：(1) $\because 2^{1}=2$，

$\therefore D(2)=1$，

$\because 2^{4}=16$，

$\therefore D(16)=4$，

故答案为：1；4.

(2) ① $\because 2^{1}=a$，

$\therefore a=2.$

$\therefore 2^{3}=2^{3}.$

$\therefore D(a^{3})=3.$

② $D(15)=D(3\times 5)$，

$=D(3)+D(5)$

$=(2a-b)+(a+c)$

$=3a-b+c$，

$D(\frac{5}{3})=D(5)-D(3)$

$=(a+c)-(2a-b)$

$=-a+b+c$.

$D(108)=D(3\times3\times3\times2\times2)$，

$=D(3)+D(3)+D(3)+D(2)+D(2)$

$=3\times D(3)+2\times D(2)$

$=3\times(2a-b)+2\times1$

$=6a-3b+2$.

$D(\frac{27}{20})=D(27)-D(20)$，

$=D(3\times3\times3)-D(5\times2\times2)$

$=D(3)+D(3)+D(3)-[D(5)+D(2)+D(2)]$

$=3\times D(3)-[D(5)+2D(2)]$

$=3\times(2a-b)-[a+c+2\times1]$

$=6a-3b-a-c-2$

$=5a-3b-c-2$，

8. 规定：求若干个相同的有理数（均不等于0）的除法运算叫做除方，如 $2\div2\div2$，$(-3)\div(-3)\div(-3)\div(-3)$ 等. 类比有理数的乘方，我们把 $2\div2\div2$ 记作 2_3，读作"2的3次商"，$(-3)\div(-3)\div(-3)\div(-3)$ 记作 $(-3)4$，读作"-3的4次商"，一般地，把 $\underbrace{a\div a\div a\div\cdots\div a}_{n个a}(a\neq0)$ 记作 a_n，读作"a 的 n 次商".

初步探究

(1) 直接写出计算结果：$2_3=$ ______，$(-3)_4=$ ______；

(2) 关于除方，下列说法错误的是 ______；

A. 任何非零数的2次商都等于1

B. 对于任何正整数 n，$(-1)_n=-1$

C. $3_4=4_3$

D. 负数的奇数次商结果是负数，负数的偶数次商结果是正数

深入思考

我们知道，有理数的减法运算可以转化为加法运算，除法运算可以转化为乘法运算，有理数的除方运算如何转化为乘方运算呢？

例如：$2_4=2\div2\div2\div2=2\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=(\frac{1}{2})^2$.

(3) 想一想：将一个非零有理数 a 的 n 次方商 a_n 写成幂的形式等于 ______；

(4) 算一算：$5_2\div(-\frac{1}{2})_4\times(-\frac{1}{3})_5+(-\frac{1}{4})_3\times\frac{1}{4}$.

【解析】解：(1) 根据定义，$2_3=2\div2\div2=2\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$；

$(-3)_4=(-3)\div(-3)\div(-3)\div(-3)=(-3)\times(-\frac{1}{3})\times(-\frac{1}{3})\times(-\frac{1}{3})=\frac{1}{9}$.

故答案为：$\frac{1}{2}$；$\frac{1}{9}$.

(2)A. 任何非零数的2次商都等于1，正确；

B. 对于任何正整数 n，$(-1)_n=-1$，当 n 取偶数时，$(-1)_n=1$，故原说法错误；

C. $3_4=4_3$，$3_4=3\div3\div3\div3=3\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$，$4_3=4\div4\div4=\frac{1}{4}$，故错误；

D. 负数的奇数次商结果是负数，负数的偶数次商结果是正数，正确.

故选：BC.

(3) 根据除方的定义可转化成乘方运算，$a_n=\frac{1}{a^{n-2}}$，故答案为：$\frac{1}{a^{n-2}}$，

(4) $5_2\div\left(-\frac{1}{2}\right)_4\times\left(-\frac{1}{3}\right)_5+\left(-\frac{1}{4}\right)_3\times\frac{1}{4}$

$=1\div4\times(-3)^3+(-4)\times\frac{1}{4}$

$=1\times\frac{1}{4}\times(-27)-1$

$=-\frac{31}{4}$