

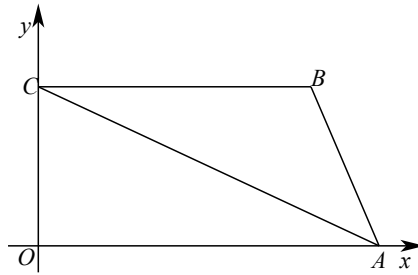
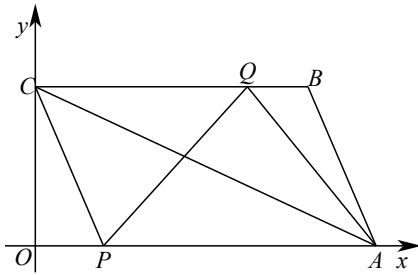
2025 春季初二数学每日一题打卡 003

003 试题来源：2024 春江阴市校级月考第 24 题

如图，点 A 的坐标为 $(8, 0)$ ，点 B 的坐标为 $(6, 4)$ ，点 C 的坐标为 $(0, 4)$ ，点 P 从原点 O 出发，以每秒 3 个单位长度的速度沿 x 轴向右运动，点 Q 从点 B 出发，以每秒 1 个单位长度的速度沿线段 BC 向左运动， P, Q 两点同时出发，当点 Q 运动到点 C 时， P, Q 两点停止运动，设运动时间为 t (秒)。

- (1) 当 $t = \underline{\hspace{2cm}}$ 秒时，四边形 $OPQC$ 为矩形；
- (2) 在整个运动过程中， t 为何值时， PQ 垂直平分线段 AC ？判断此时四边形 $AQCP$ 的形状，并说明理由；
- (3) 在整个运动过程中， t 为何值时，以 A, B, P, Q 为顶点的四边形为平行四边形？

(矩形和菱形的判定)



试题解析

如图,点 A 的坐标为 $(8, 0)$, 点 B 的坐标为 $(6, 4)$, 点 C 的坐标为 $(0, 4)$, 点 P 从原点 O 出发, 以每秒 3 个单位长度的速度沿 x 轴向右运动, 点 Q 从点 B 出发, 以每秒 1 个单位长度的速度沿线段 BC 向左运动, P, Q 两点同时出发, 当点 Q 运动到点 C 时, P, Q 两点停止运动, 设运动时间为 t (秒).

(1) 当 $t = \underline{\frac{3}{2}}$ 秒时, 四边形 $OPQC$ 为矩形;

解: (1) 如图 1, 由题意得: $OP = 3t, BQ = t, CQ = 6 - t$,
 $\because B(6, 4), C(0, 4), \therefore BC \parallel x$ 轴, 即 $BC \parallel OP$,
 $\because \angle COP = 90^\circ, \therefore$ 当 $CQ = OP$ 时, 四边形 $OPQC$ 为矩形,
 则 $6 - t = 3t, \therefore t = \frac{3}{2}$,
 故答案为: $\frac{3}{2}$;

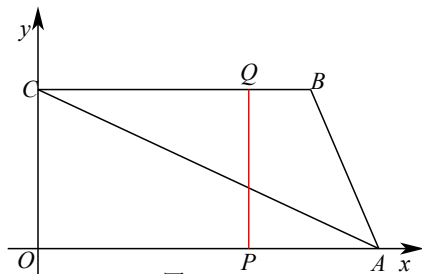


图1

(2) 在整个运动过程中, t 为何值时, PQ 垂直平分线段 AC ? 判断此时四边形 $AQCP$ 的形状, 并说明理由;

(2) 如图 2, $t = 1$ 时, PQ 垂直平分线段 AC , 此时四边形 $AQCP$ 为菱形.

$\because t = 1, \therefore OP = 3, PA = 5, CQ = 5, \therefore CQ = PA$,
 $\because CQ \parallel PA, \therefore$ 四边形 $AQCP$ 为平行四边形,
 $\because CO = 4, \therefore CP = \sqrt{OC^2 + OP^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$,
 $\therefore CP = PA, \therefore$ 四边形 $AQCP$ 为菱形,
 $\therefore PQ$ 垂直平分线段 AC ;

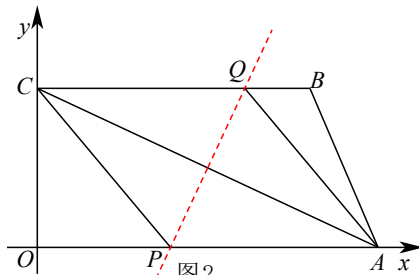


图2

(3) 在整个运动过程中, t 为何值时, 以 A, B, P, Q 为顶点的四边形为平行四边形?

①如图 3,

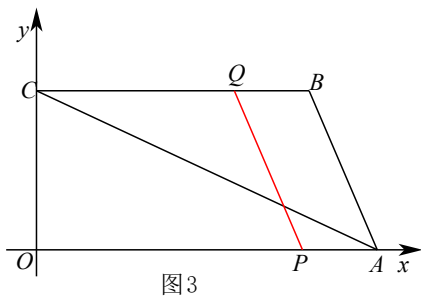


图3

$\because BQ \parallel AP$,
 \therefore 当 $BQ = AP$ 时, 四边形 $ABQP$ 为平行四边形,
 即 $t = 8 - 3t$,
 $\therefore t = 2$;

②如图 4, 当 $BQ = AP$ 时, 四边形 $APBQ$ 为平行四边形,

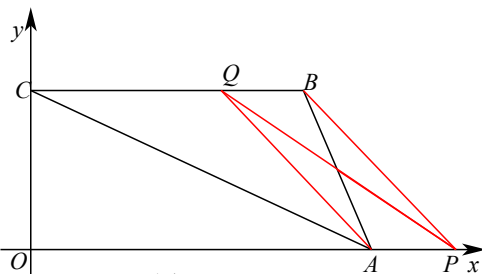


图4

即 $t = 3t - 8$,
 $\therefore t = 4$;
 综上所述: 当 $t = 2s$ 或 $4s$ 时, 以 A, B, P, Q 为顶点的四边形为平行四边形.