

高数见林初一数学每日一练(2.25)

幂的运算复习(二)

1. 方程 $(x^2 + x - 1)^{x+2020} = 1$ 的整数解的个数是 ()

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

2. 智能座舱,是当前车企比拼的“红海战场”,多屏联动、舱内游戏、端侧 AI... 要支持这些功能,需要一颗强大的智能座舱芯片. 新上市的小米汽车,选择了高通骁龙 8295,该芯片采用 5nm 工艺,是目前市面上使用的汽车座舱平台中工艺最先进的产品,5nm 相当于 $0.000000005m$,数据 0.000000005 用科学记数法表示为 ()






- A. 5×10^{-10} B. 5×10^{-9} C. 5×10^{-6} D. 5×10^9

3. 若 a 为正整数,则 $(\underbrace{a \cdot a \cdots a}_{a \uparrow})^2 =$ ()

- A. a^{2a} B. $2a^a$ C. a^a D. a^{a^2}

4. 阅读理解

十进制记数采用 10 个数码: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, “逢十进一”; 德国数学家莱布尼茨发明了二进制, 记数只采用两个数码: 0, 1, “逢二进一”, 他认为世界上最早的二进制记数法就是中国的八卦. 八卦是中国古代道家论述万物变化的经典著作《周易》中的 8 种基本图形, 由符号“—”和“--”组成 (如图), 分别表示 1 和 0. 探究下面关于八卦与二进制关系的表, 则 $(-a)^b =$ _____.

卦名	乾	坤	震	巽	坎	离	兑
象征	天	地	雷	风	水	火	泽
符号							
对应的二进制数	111	000		011		101	110
转换成十进制数	7	0	a	3	b	5	6



5. 规定两正数 a, b 之间的一种运算, 记作 $\{a, b\}$: 如果 $a^c = b$, 那么 $\{a, b\} = c$. 例如: 因为 $3^4 = 81$, 所以 $\{3, 81\} = 4$. 小慧在研究这种运算时发现: $\{a, b\} + \{a, c\} = \{a, bc\}$, 例如: $\{5, 6\} + \{5, 7\} = \{5, 42\}$. 证明如下: 设 $\{5, 6\} = x$, $\{5, 7\} = y$, $\{5, 42\} = z$, 根据定义可得: $5^x = 6$, $5^y = 7$, $5^z = 42$, 因为 $5^x \times 5^y = 6 \times 7 = 42 = 5^z$, 所以 $5^x \times 5^y = 5^{x+y} = 5^z$, 即 $x + y = z$, 所以 $\{5, 6\} + \{5, 7\} = \{5, 42\}$. 请根据前面的经验计算:

- (1) $\{4, 2\} + \{4, 32\}$ 的值为 _____;
- (2) $2 \times \{mn, 2mn\} + \left\{mn, \frac{1}{2}m^2n\right\} + \left\{mn, \frac{1}{2}m^2n^3\right\}$ 的值为 _____.

6. 已知 $2x - 3y + 6 = 0$, 则代数式 $4^{x+1} \cdot 8^{2-y}$ 的值为 _____.

7. 基本事实: 若 $a^m = a^n$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$, m, n 都是正整数), 则 $m = n$. 试利用上述基本事实解决下面的两个问题吗? 试试看, 相信你一定行!

① 如果 $2 \times 8^x \times 16^x = 2^{22}$, 求 x 的值;

② 如果 $2^{x+2} + 2^{x+1} = 24$, 求 x 的值.

8. 阅读下列两则材料, 解决问题:

材料一: 比较 3^{22} 和 4^{11} 的大小.

解: $\because 4^{11} = (2^2)^{11} = 2^{22}$, 且 $3 > 2$

$\therefore 3^{22} > 2^{22}$, 即 $3^{22} > 4^{11}$

小结: 指数相同的情况下, 通过比较底数的大小, 来确定两个幂的大小

材料二: 比较 2^8 和 8^2 的大小

解: $\because 8^2 = (2^3)^2 = 2^6$, 且 $8 > 6$

$\therefore 2^8 > 2^6$, 即 $2^8 > 8^2$

小结: 底数相同的情况下, 通过比较指数的大小, 来确定两个幂的大小

【方法运用】

(1) 比较 3^{44} 、 4^{33} 、 5^{22} 的大小

(2) 比较 81^{31} 、 27^{41} 、 9^{61} 的大小

(3) 已知 $a^2 = 2$, $b^3 = 3$, 比较 a 、 b 的大小

(4) 比较 $3^{12} \times 5^{10}$ 与 $3^{10} \times 5^{12}$ 的大小