

高数见林初一数学每日一练(2.25)

参考答案与解析

1. 方程 $(x^2 + x - 1)^{x+2020} = 1$ 的整数解的个数是 ()

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

【解析】解:由题意可得,当 $x + 2020 = 0$ 且 $x^2 + x - 1 \neq 0$,解得: $x = -2$,

当 $x^2 + x - 1 = 1$,解得: $x = 1$ 或 -2 ,

当 $x^2 + x - 1 = -1$ 且 $x + 2020$ 是偶数,解得: $x = 0$,

综上所述: x 的值有 4 个.

故选: C.

2. 智能座舱,是当前车企比拼的“红海战场”,多屏联动、舱内游戏、端侧 AI... 要支持这些功能,需要一颗强大的智能座舱芯片. 新上市的小米汽车,选择了高通骁龙 8295,该芯片采用 5nm 工艺,是目前市面上使用的汽车座舱平台中工艺最先进的产品,5nm 相当于 $0.000000005m$,数据 0.000000005 用科学记数法表示为 ()

- A. 5×10^{-10} B. 5×10^{-9} C. 5×10^{-6} D. 5×10^9

【解析】解: $0.000000005 = 5 \times 10^{-9}$.

故选: B.

3. 若 a 为正整数,则 a 个 $\underbrace{(a \cdot a \cdot \dots \cdot a)}_{(a \cdot a \cdot \dots \cdot a)^2}$ = ()

- A. a^{2a} B. $2a^a$ C. a^a D. a^{a^2}

【解析】解: $\because \underbrace{(a \cdot a \cdot \dots \cdot a)}_{a \uparrow} = (a^a)^2 = a^{2a}$,

故选: A.

4. 阅读理解

十进制记数采用 10 个数码: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, “逢十进一”;德国数学家莱布尼茨发明了二进制,记数只采用两个数码: 0, 1, “逢二进一”,他认为世界上最早的二进制记数法就是中国的八卦八卦是中国古代道家论述万物变化的经典著作《周易》中的 8 种基本图形,由符号“—”和“--”组成(如图),分别表示 1 和 0. 探究下面关于八卦与二进制关系的表,则 $(-a)^b = \underline{\quad 16 \quad}$.

卦名	乾	坤	震	巽	坎	离	兑
象征	天	地	雷	风	水	火	泽
符号							
对应的二进制制数	111	000		011		101	110
转换成十进制制数	7	0	a	3	b	5	6



【解析】解: \because 符号“—”和“--”,分别表示 1 和 0,

从表中“风”表示的二进制数为 011 和风所对应的符号可知,读的时候是由下向上读的,

$\therefore a$ 所对应的二进制数为 100,转换为十进制数为 $1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = 4$,

b 所对应的二进制数为 010 转换为十进制数为 $0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = 2$,

$\therefore (-a)^b = (-4)^2 = 16$,

故答案为: 16.

5. 规定两正数 a, b 之间的一种运算,记作 $\{a, b\}$: 如果 $a^c = b$, 那么 $\{a, b\} = c$. 例如: 因为 $3^4 = 81$, 所以 $\{3, 81\} =$

4. 小慧在研究这种运算时发现: $\{a, b\} + \{a, c\} = \{a, bc\}$, 例如: $\{5, 6\} + \{5, 7\} = \{5, 42\}$. 证明如下: 设 $\{5,$

$6\} = x, \{5, 7\} = y, \{5, 42\} = z$, 根据定义可得: $5^x = 6, 5^y = 7, 5^z = 42$, 因为 $5^x \times 5^y = 6 \times 7 = 42 = 5^z$, 所以 $5^x \times$

$5^y = 5^{x+y} = 5^z$, 即 $x + y = z$, 所以 $\{5, 6\} + \{5, 7\} = \{5, 42\}$. 请根据前面的经验计算:

(1) $\{4, 2\} + \{4, 32\}$ 的值为 3;

(2) $2 \times \{mn, 2mn\} + \left\{mn, \frac{1}{2}m^2n\right\} + \left\{mn, \frac{1}{2}m^2n^3\right\}$ 的值为 6.

【解析】解: (1) 设 $\{4, 2\} = x, \{4, 32\} = y$,

$$\therefore 4^x = 2, 4^y = 32,$$

$$\therefore 4^x \times 4^y = 2 \times 32 = 64 = 4^3,$$

$$\therefore 4^{x+y} = 4^3,$$

$$\therefore x + y = 3,$$

$$\therefore \{4, 2\} + \{4, 32\} = \{4, 64\} = 3,$$

故答案为: 3;

$$\begin{aligned} (2) & 2 \times \{mn, 2mn\} + \left\{mn, \frac{1}{2}m^2n\right\} + \left\{mn, \frac{1}{2}m^2n^3\right\} \\ &= \{mn, 2mn\} + \{mn, 2mn\} + \left\{mn, \frac{1}{2}m^2n\right\} + \left\{mn, \frac{1}{2}m^2n^3\right\} \\ &= \left\{mn, 2mn \cdot 2mn \cdot \frac{1}{2}m^2n \cdot \frac{1}{2}m^2n^3\right\} \\ &= \{mn, m^6n^6\} \\ &= 6, \end{aligned}$$

故答案为: 6.

6. 已知 $2x - 3y + 6 = 0$, 则代数式 $4^{x+1} \cdot 8^{2-y}$ 的值为 4.

【解析】解: $\because 2x - 3y + 6 = 0$,

$$\therefore 2x - 3y = -6,$$

$$\therefore 4^{x+1} \cdot 8^{2-y} = 2^{2(x+1)} \cdot 2^{3(2-y)}$$

$$= 2^{2x+2} \cdot 2^{6-3y}$$

$$= 2^{2x-3y+8}$$

$$= 2^{-6+8}$$

$$= 2^2$$

$$= 4.$$

故答案为: 4.

7. 基本事实: 若 $a^m = a^n (a > 0, \text{且 } a \neq 1, m, n \text{ 都是正整数})$, 则 $m = n$. 试利用上述基本事实解决下面的两个问题吗? 试试看, 相信你一定行!

① 如果 $2 \times 8^x \times 16^x = 2^{22}$, 求 x 的值;

② 如果 $2^{x+2} + 2^{x+1} = 24$, 求 x 的值.

【解析】解: ① $\because 2 \times 8^x \times 16^x = 2 \times 2^{3x} \times 2^{4x} = 2^{1+3x+4x} = 2^{1+7x} = 2^{22}$,

$$\therefore 1 + 7x = 22,$$

$$\therefore x = 3;$$

$$\textcircled{2} \because 2^{x+2} + 2^{x+1} = 24,$$

$$\therefore 2^x(2^2 + 2) = 24,$$

$$\therefore 2^x = 4,$$

$$\therefore x = 2.$$

8. 阅读下列两则材料,解决问题:

材料一:比较 3^{22} 和 4^{11} 的大小.

解: $\because 4^{11} = (2^2)^{11} = 2^{22}$, 且 $3 > 2$

$\therefore 3^{22} > 2^{22}$, 即 $3^{22} > 4^{11}$

小结:指数相同的情况下,通过比较底数的大小,来确定两个幂的大小

材料二:比较 2^8 和 8^2 的大小

解: $\because 8^2 = (2^3)^2 = 2^6$, 且 $8 > 6$

$\therefore 2^8 > 2^6$, 即 $2^8 > 8^2$

小结:底数相同的情况下,通过比较指数的大小,来确定两个幂的大小

【方法运用】

(1) 比较 3^{44} 、 4^{33} 、 5^{22} 的大小

(2) 比较 81^{31} 、 27^{41} 、 9^{61} 的大小

(3) 已知 $a^2 = 2$, $b^3 = 3$, 比较 a 、 b 的大小

(4) 比较 $3^{12} \times 5^{10}$ 与 $3^{10} \times 5^{12}$ 的大小

【解析】解: (1) $\because 3^{44} = (3^4)^{11} = 81^{11}$, $4^{33} = (4^3)^{11} = 64^{11}$, $5^{22} = (5^2)^{11} = 25^{11}$,

$$\therefore 81 > 64 > 25,$$

$$\therefore 81^{11} > 64^{11} > 25^{11},$$

$$\text{即 } 3^{44} > 4^{33} > 5^{22};$$

$$(2) \because 81^{31} = (3^4)^{31} = 3^{124}, 27^{41} = (3^3)^{41} = 3^{123}, 9^{61} = (3^2)^{61} = 3^{122},$$

$$\therefore 124 > 123 > 122,$$

$$\therefore 3^{124} > 3^{123} > 3^{122},$$

$$\text{即 } 81^{31} > 27^{41} > 9^{61};$$

$$(3) \because a^2 = 2, b^3 = 3,$$

$$\therefore a^6 = 8, b^6 = 9,$$

$$\therefore 8 < 9,$$

$$\therefore a^6 < b^6,$$

$$\therefore a < b;$$

$$(4) \because 3^{12} \times 5^{10} = (3 \times 5)^{10} \times 3^2, 3^{10} \times 5^{12} = (3 \times 5)^{10} \times 5^2,$$

$$\text{又 } \because 3^2 < 5^2,$$

$$\therefore 3^{12} \times 5^{10} < 3^{10} \times 5^{12}.$$