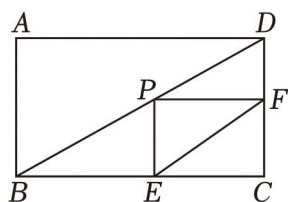


# 高数见林初二数学每日一练(2.28)

## 参考答案与解析

1. 如图,矩形  $ABCD$  中,  $CD=5$ ,  $BC=12$ , 点  $P$  为对角线  $BD$  上一动点,  $PE \perp BC$  于点  $E$ ,  $PF \perp CD$  于点  $F$ , 则线段  $EF$  长的最小值为 ( )



- A. 5                      B.  $\frac{60}{13}$                       C.  $\frac{13}{2}$                       D.  $\frac{120}{13}$

【解析】解:作  $CG \perp BD$  于点  $G$ , 连接  $PC$ ,

$\because$  四边形  $ABCD$  是矩形,  $PE \perp BC$  于点  $E$ ,  $PF \perp CD$  于点  $F$ ,

$\therefore \angle ECF = \angle PEC = \angle PFC = 90^\circ$ ,

$\therefore$  四边形  $PECF$  是矩形,

$\therefore EF = CP$ ,

$\because CD=5$ ,  $BC=12$ ,

$\therefore BD = \sqrt{CD^2 + BC^2} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$ ,

$\therefore S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} \times 13CG = \frac{1}{2} \times 5 \times 12$ ,

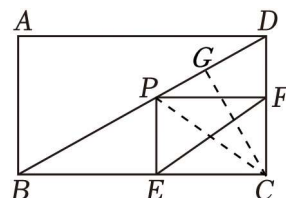
$\therefore CG = \frac{60}{13}$ ,

$\therefore CP$ ,

$\therefore EF \geq \frac{60}{13}$ ,

$\therefore EF$  的最小值为  $\frac{60}{13}$ ,

故选: B.



2. 下列说法正确的是 ( )

- A. 一组对边平行, 另一组对边相等的四边形是平行四边形  
B. 对角线相等的四边形是矩形  
C. 矩形是轴对称图形, 两条对角线所在的直线是它的对称轴  
D. 对角线互相垂直的平行四边形为菱形

【解析】解: A、一组对边平行另一组对边相等的四边形可能是平行四边形, 也可能是等腰梯形, 故本选项不符合题意;

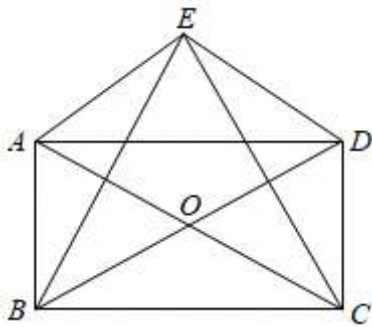
B、对角线相等的平行四边形是矩形, 故本选项不符合题意;

C、矩形是轴对称图形, 两组对边的中点的连线所在的直线是它的对称轴, 故本选项不符合题意;

D、对角线互相垂直的平行四边形是菱形, 故本选项符合题意;

故选: D.

3. 如图, 四边形  $ABCD$  中, 以对角线  $AC$  为斜边作  $Rt\triangle ACE$ , 连接  $BE$ 、 $DE$ ,  $BE \perp DE$ ,  $AC$ ,  $BD$  互相平分. 若  $2AB = BC = 4$ , 则  $BD$  的值为 ( )



A.  $2\sqrt{5}$

B.  $\sqrt{5}$

C. 3

D. 4

【解析】解:连接  $OE$ , 如图所示:

$$\because 2AB = BC = 4,$$

$$\therefore AB = 2,$$

$$\because AC, BD \text{ 互相平分},$$

$$\therefore OA = OC, OB = OD, \text{ 四边形 } ABCD \text{ 是平行四边形},$$

$$\because \text{以 } AC \text{ 为斜边作 } Rt\triangle ACE,$$

$$\therefore OE = OA = OC = \frac{1}{2}AC,$$

$$\because BE \perp DE,$$

$$\therefore OE = OB = OD = \frac{1}{2}BD,$$

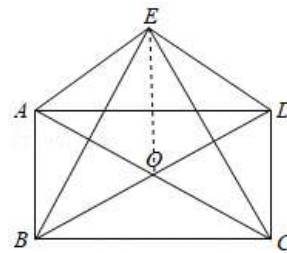
$$\therefore AC = BD,$$

$$\therefore \text{ 四边形 } ABCD \text{ 是矩形},$$

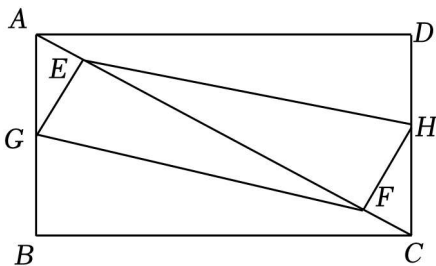
$$\therefore AD = BC = 4, \angle BAD = 90^\circ,$$

$$\therefore BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5},$$

故选: A.



4. 如图, 矩形  $ABCD$  中,  $AB = 6\text{cm}$ ,  $BC = 8\text{cm}$ ,  $E, F$  是对角线  $AC$  上的两个动点, 分别从  $A, C$  同时出发, 相向而行, 速度均为  $2\text{cm/s}$ , 运动时间为  $t(0 \leq t \leq 5)$  秒, 若  $G, H$  分别是  $AB, DC$  的中点, 且  $t \neq 2.5$ , 当  $E, G, F, H$  为顶点的四边形为矩形时,  $t$  的值为 0.5 或 4.5 .



【解析】解: 连接  $GH$ ,

$$\because \text{ 四边形 } ABCD \text{ 是矩形},$$

$$\therefore AB = CD, AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle GAE = \angle HCE,$$

$$\because G, H \text{ 分别是 } AB, DC \text{ 的中点},$$

$$\therefore AG = CH,$$

$$\because E, F \text{ 是对角线 } AC \text{ 上的两个动点, 分别从 } A, C \text{ 同时出发, 相向而行, 速度均为 } 2\text{cm/s},$$

$$\therefore AE = CF,$$

$$\therefore AE + EF = CF + EF,$$

$$\text{即 } AF = CE,$$

$$\text{在 } \triangle AFG \text{ 与 } \triangle CEH \text{ 中},$$

$$\begin{cases} AG=CH \\ \angle GAF=\angle HCE, \\ AF=CE \end{cases}$$

$\therefore \triangle AFG \cong \triangle CEH(SAS),$

$\therefore GF=HE,$

在  $\triangle AGE$  与  $\triangle CHF$  中,

$$\begin{cases} AG=CH \\ \angle GAE=\angle HCF, \\ AE=CF \end{cases}$$

$\therefore \triangle AGE \cong \triangle CHF(SAS),$

$\therefore GE=HF,$

$\therefore$  四边形  $EGFH$  是平行四边形,

$\therefore GH=BC=8\text{cm},$

$\therefore$  当  $EF=GH=8\text{cm}$ , 四边形  $EGFH$  是矩形, 分两种情况:

① 当  $0 \leq t \leq 2.5$  时,  $EF=(10-4t)\text{cm},$

即  $10-4t=8,$

解得:  $t=0.5,$

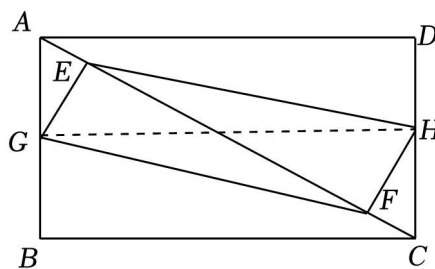
② 当  $2.5 < t$  时,  $EF=(4t-10)\text{cm},$

即  $4t-10=8,$

解得:  $t=4.5,$

当  $t=0.5$  或  $4.5$  时, 四边形  $EGFH$  是矩形,

故答案为:  $0.5$  或  $4.5$ .

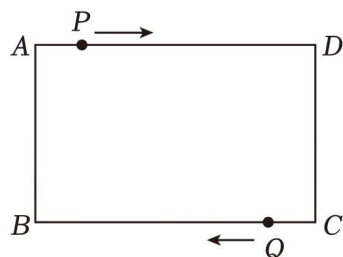


5. 如图, 在矩形  $ABCD$  中,  $AB=4$ ,  $AD=6$ ,  $P$ ,  $Q$  分别是边  $AD$ ,  $BC$  上的动点, 点  $P$  从  $A$  出发到  $D$  停止运动, 点  $Q$  从  $C$  出发到  $B$  停止运动, 若  $P$ ,  $Q$  两点以相同的速度同时出发, 匀速运动. 下面四个结论中:

① 存在四边形  $APCQ$  是矩形; ② 存在四边形  $APCQ$  是菱形;

③ 存在四边形  $APQB$  是矩形; ④ 存在四边形  $APQB$  是菱形;

所有正确结论的序号是 ①②③.



【解析】解: 在矩形  $ABCD$  中,  $AB=4$ ,  $AD=6$ ,

$\therefore AB=CD=4$ ,  $AD=BC=6$ ,  $\angle A=\angle B=\angle C=\angle D=90^\circ$ ,

① 当点  $P$  与  $D$  重合, 点  $Q$  与  $B$  重合时, 存在四边形  $APCQ$  是矩形; 故①正确;

②  $\because AP=CQ$ ,  $AP \parallel CQ$ ,

$\therefore$  四边形  $APCQ$  是平行四边形,

当  $AP=CP$  时, 四边形  $APCQ$  是菱形,

设  $AP=x$ , 则  $CP=x$ ,  $PD=6-x$ ,

$\because \angle D=90^\circ$ ,

$\therefore PC^2=PD^2+CD^2$ ,

$\therefore x^2=(6-x)^2+4^2$ ,

解得  $x=\frac{13}{2}$ ,

故当  $AP=\frac{13}{2}$  时, 四边形  $APCQ$  是菱形; 故②正确;

③当  $AP=BQ$  时, 四边形  $APQB$  是矩形,

$\because AP=CQ$ ,

$\therefore BQ=CQ=\frac{1}{2}BC=3$ ,

当  $AP=3$  时, 四边形  $APQB$  是矩形, 故③正确;

④不存在四边形  $APQB$  是菱形,

理由: 当  $AP=AB=BQ=4$ ,

则  $CQ=2$ ,

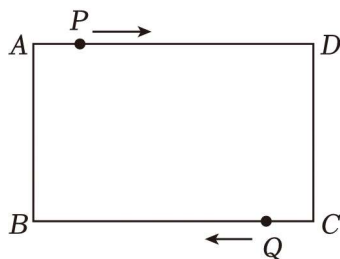
$\therefore AP=CQ$ ,

$\therefore BQ=CQ=4$ ,

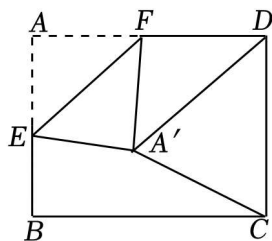
$\therefore BC=BQ+CQ=6$ ,

$\therefore$  不存在四边形  $APQB$  是菱形,

故答案为: ①②③.



6. 如图, 在矩形  $ABCD$  中,  $AB=3$ ,  $BC=4$ , 点  $E$  是  $AB$  的中点, 点  $F$  是  $AD$  上的动点, 将矩形  $ABCD$  沿  $EF$  折叠, 使点  $A$  落在点  $A'$  处, 连接  $CA'$ ,  $DA'$ , 则  $\triangle CA'D$  面积的最小值为  $\frac{15}{4}$ .



【解析】解: 由折叠的性质可得:  $EA'=EA$ ,

$\therefore$  点  $A$  的运动轨迹是以点  $E$  为圆心,  $EA$  为半径的圆上的一段弧,

如图, 作  $A'G \perp CD$ ,  $EH \perp CD$ , 垂足分别为  $G$ 、 $H$ ,

$\because$  四边形  $ABCD$  是矩形,  $AB=3$ ,

$\therefore EA'=EA=\frac{1}{2}AB=\frac{3}{2}$ ,  $\angle BAD=\angle D=90^\circ$ ,

$AD=BC=4$ ,  $CD=AB=3$ ,

$\therefore$  四边形  $AEHD$  是矩形,

$EH=AD=4$ ,

$\therefore S_{\triangle CA'D}=\frac{1}{2}CD \times A'G=\frac{3}{2}A'G$ ,

$\therefore$  当  $A'G$  最小时,  $\triangle CA'D$  的面积最小,

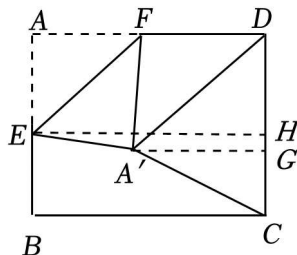
$\therefore EA+AG$ ,

$\therefore A'G \geq EH - A'E = 4 - \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$ ,

当点  $A'$  在  $EH$  上时,  $A'G$  最小, 最小为  $\frac{5}{2}$ ,

$\therefore \triangle CA'D$  面积的最小值为  $\frac{3}{2} \times \frac{5}{2} = \frac{15}{4}$ ,

故答案为:  $\frac{15}{4}$



7. 如图, 已知菱形  $ABCD$  中, 对角线  $AC$ 、 $BD$  相交于点  $O$ , 过点  $C$  作  $CE \parallel BD$ , 过点  $D$  作  $DE \parallel AC$ ,  $CE$  与  $DE$  相交于点  $E$ .

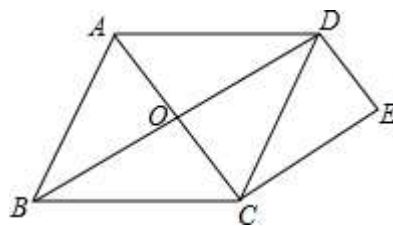
(1) 求证: 四边形  $CODE$  是矩形.

(2) 若  $AB=5$ ,  $AC=6$ , 求四边形  $CODE$  的周长.

【解析】(1) 证明:

$\because CE \parallel BD$ ,  $DE \parallel AC$ ,

$\therefore$  四边形  $CODE$  为平行四边形,  
 $\therefore$  四边形  $ABCD$  为菱形,  
 $\therefore AC \perp BD$ ,  
 $\therefore \angle COD = 90^\circ$ ,  
 $\therefore$  平行四边形  $CODE$  是矩形;



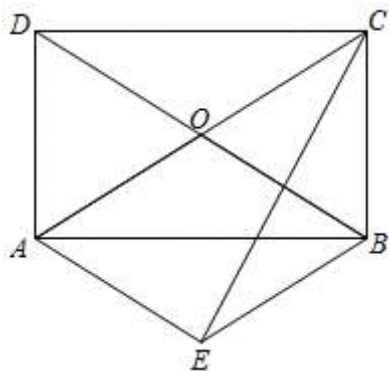
(2) 解:

$\therefore$  四边形  $ABCD$  为菱形,  
 $\therefore AO = OC = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \times 6 = 3$ ,  $OD = OB$ ,  $\angle AOB = 90^\circ$ ,  
 在  $Rt\triangle AOB$  中, 由勾股定理得  $BO^2 = AB^2 - AO^2$ ,  
 $\therefore BO = \sqrt{AB^2 - AO^2} = 4$ ,  
 $\therefore DO = BO = 4$ ,  
 $\therefore$  四边形  $CODE$  的周长  $= 2 \times (3 + 4) = 14$ .

8. 如图, 已知  $\triangle OAB$  中,  $OA = OB$ , 分别延长  $AO$ 、 $BO$  到点  $C$ 、 $D$ . 使得  $OC = AO$ ,  $OD = BO$ , 连接  $AD$ 、 $DC$ 、 $CB$ .

(1) 求证: 四边形  $ABCD$  是矩形;

(2) 以  $OA$ 、 $OB$  为一组邻边作  $\square AOE$ , 连接  $CE$ , 若  $CE \perp BD$ , 求  $\angle AOB$  的度数.



【解析】(1) 证明:  $\because OC = AO$ ,  $OD = BO$ ,

$\therefore$  四边形  $ABCD$  是平行四边形,

$\therefore AO = \frac{1}{2}AC$ ,  $BO = \frac{1}{2}BD$ ,

$\because AO = BO$ ,

$\therefore AC = BD$ ,

$\therefore$  四边形  $ABCD$  是矩形;

(2) 解: 连接  $OE$ , 设  $EC$  与  $BD$  交于  $F$ ,

$\because EC \perp BD$ ,

$\therefore \angle CFD = 90^\circ$ ,

$\because$  四边形  $AEBO$  是平行四边形,

$\therefore AE \parallel BO$ ,

$\therefore \angle AEC = \angle CFD = 90^\circ$ ,

即  $\triangle AEC$  是直角三角形,

$\because EO$  是  $Rt\triangle AEC$  中  $AC$  边上的中线,

$\therefore EO = AO$ ,

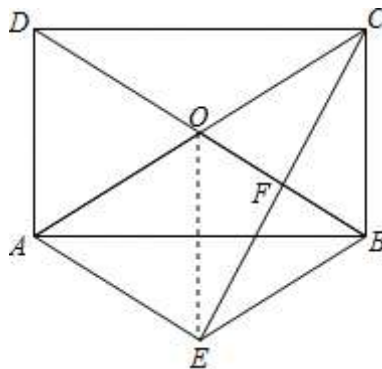
$\because$  四边形  $AEBO$  是平行四边形,

$\therefore OB = AE$ ,

$\because OA = OB$ ,

$\therefore AE = OA = OE$ ,

$\therefore \triangle AEO$  是等边三角形,



$$\therefore \angle OAE = 60^\circ,$$

$$\because \angle OAE + \angle AOB = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle AOB = 120^\circ.$$