

2025 春季初一数学每日一题打卡 006

【知识回顾】

我们在学习代数式求值时,遇到这样一类题:代数式 $ax - y + 6 + 3x - 5y - 1$ 的值与 x 的取值无关,求 a 的值.

通常的解题思路是:把 x 、 y 看作字母, a 看作系数,合并同类项. 因为代数式的值与 x 的取值无关,所以含 x 项的系数为 0.

具体解题过程是:原式 $= (a + 3)x - 6y + 5$,

\because 代数式的值与 x 的取值无关,

$\therefore a + 3 = 0$,解得 $a = -3$.

【理解应用】

(1) 若关于 x 的多项式 $m(2x - 3) + 2m^2 - 4x$ 的值与 x 的取值无关,求 m 值;

(2) 已知 $A = (2x + 1)(x - 2) - x(1 - 3m)$, $B = -x^2 + mx - 1$,且 $A + 2B$ 的值与 x 的取值无关,求 m 的值;

【能力提升】

(3) 7 张如图 1 的小长方形,长为 a ,宽为 b ,按照图 2 方式不重叠地放在大长方形 $ABCD$ 内,大长方形中未被覆盖的两个部分都是长方形. 设右上角的面积为 S_1 ,左下角的面积为 S_2 ,当 AB 的长变化时, $S_1 - S_2$ 的值始终保持不变,求 a 与 b 的等量关系.

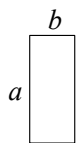


图1

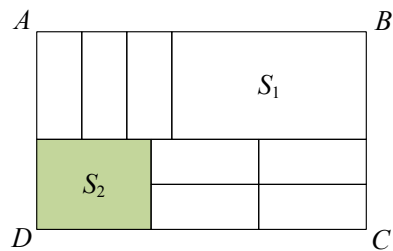


图2

试题解析

【知识回顾】

我们在学习代数式求值时,遇到这样一类题:代数式 $ax - y + 6 + 3x - 5y - 1$ 的值与 x 的取值无关,求 a 的值.

通常的解题思路是:把 x 、 y 看作字母, a 看作系数,合并同类项. 因为代数式的值与 x 的取值无关,所以含 x 项的系数为 0.

具体解题过程是:原式 $= (a + 3)x - 6y + 5$,

\therefore 代数式的值与 x 的取值无关, $\therefore a + 3 = 0$, 解得 $a = -3$.

【理解应用】

(1) 若关于 x 的多项式 $m(2x - 3) + 2m^2 - 4x$ 的值与 x 的取值无关,求 m 值;

【解答】解: $m(2x - 3) + 2m^2 - 4x = 2mx - 3m + 2m^2 - 4x = (2m - 4)x + 2m^2 - 3m$,

\therefore 其值与 x 的取值无关,

$\therefore 2m - 4 = 0$, 解得 $m = 2$;

(2) 已知 $A = (2x + 1)(x - 2) - x(1 - 3m)$, $B = -x^2 + mx - 1$, 且 $A + 2B$ 的值与 x 的取值无关,求 m 的值;

【解答】解: $\therefore A = (2x + 1)(x - 2) - x(1 - 3m) = 2x^2 - 3x - 2 - x + 3mx = 2x^2 + (3m - 4)x - 2$,
 $B = -x^2 + mx - 1$,

$\therefore A + 2B = 2x^2 + (3m - 4)x - 2 + 2(-x^2 + mx - 1)$

$= 2x^2 + (3m - 4)x - 2 - 2x^2 + 2mx - 2$

$= (5m - 4)x - 4$,

$\therefore A + 2B$ 的值与 x 无关,

$\therefore 5m - 4 = 0$, 即 $m = \frac{4}{5}$;

【能力提升】

(3) 7 张如图 1 的小长方形, 长为 a , 宽为 b , 按照图 2 方式不重叠地放在大长方形 $ABCD$ 内, 大长方形中未被覆盖的两个部分都是长方形. 设右上角的面积为 S_1 , 左下角的面积为 S_2 , 当 AB 的长变化时, $S_1 - S_2$ 的值始终保持不变, 求 a 与 b 的等量关系.

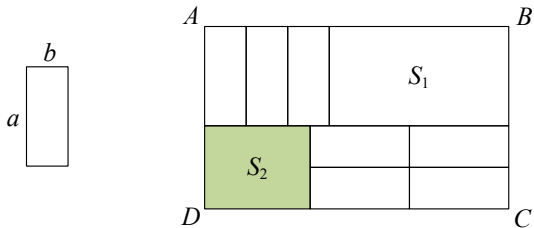


图1

图2

【解答】解: 设 $AB = x$, 由图可知 $S_1 = a(x - 3b)$, $S_2 = 2b(x - 2a)$,

$\therefore S_1 - S_2 = a(x - 3b) - 2b(x - 2a) = (a - 2b)x + ab$,

\therefore 当 AB 的长变化时, $S_1 - S_2$ 的值始终保持不变.

$\therefore S_1 - S_2$ 取值与 x 无关,

$\therefore a - 2b = 0$,

$\therefore a = 2b$.