

2025 春季初二数学期中每日一练 006

1. 在 7 007 000 007 中, 数字“7”出现的频数是_____.

2. 已知反比例函数 $y = -\frac{6}{x}$, 则下列说法错误的是()

A. 它的图象必经过点 $(-3, 2)$

B. 当 $x > 1$ 时, $-6 < y < 0$

C. 当 $x < 0$ 时, y 随 x 的增大而减小

D. 它的图象位于第二、四象限

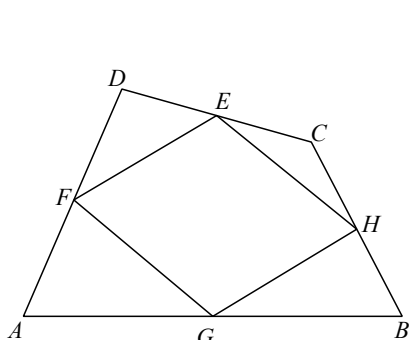
3. 如图, 依次连接四边形 $ABCD$ 各边中点得四边形 $EFGH$, 要使四边形 $EFGH$ 为矩形, 添加的条件不正确的是()

A. $\angle FEH = 90^\circ$

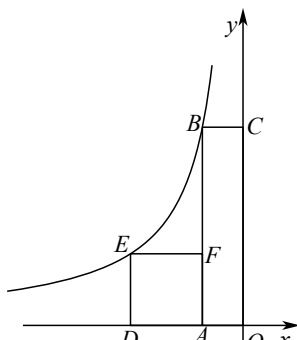
B. $AC = BD$

C. $EG = FH$

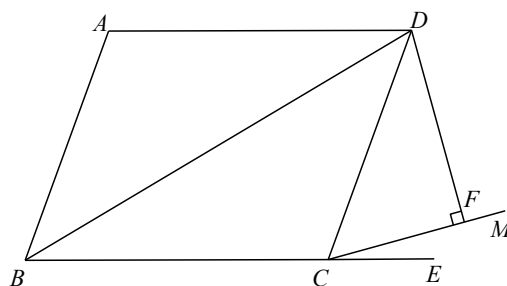
D. $AC \perp BD$



第3题图



第4题图



第7题图

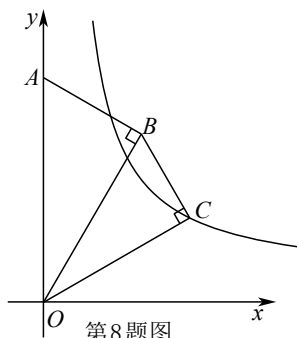
4. 如图, 在平面直角坐标系内, 四边形 $OABC$ 是矩形, 四边形 $ADEF$ 是正方形, 点 A, D 在 x 轴的负半轴上, 点 F 在 AB 上, 点 B, E 均在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x < 0$) 的图象上, 若点 B 的坐标为 $(-1, 6)$, 则正方形 $ADEF$ 的周长为_____.

5. 已知正方形的对角线长为 $5\sqrt{2}$, 则这个正方形的面积是_____.

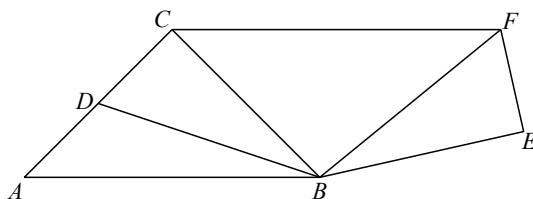
6. 已知矩形的两条对角线的夹角为 60° , 矩形的宽为 2, 则矩形的面积为_____.

7. 如图, 四边形 $ABCD$ 为菱形, $\angle ABC = 70^\circ$, 延长 BC 到 E , 在 $\angle DCE$ 内作射线 CM , 使得 $\angle ECM = 15^\circ$, 过点 D 作 $DF \perp CM$, 垂足为 F , 若 $DF = \sqrt{5}$, 则对角线 BD 的长为_____. (结果保留根号)

8. 如图, 在平面直角坐标系中, $AB \perp OB$ 交 y 轴于点 A , $BC \perp OC$, $\angle AOB = \angle BOC = 30^\circ$, $AB = 1$, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 恰好经过点 C , 则 k 的值为_____.



第8题图



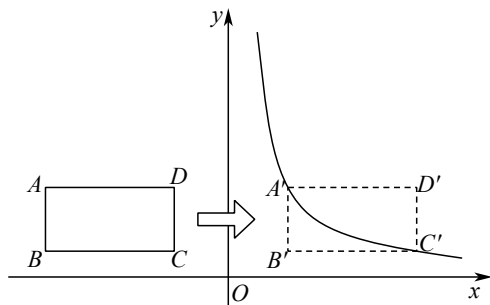
第9题图

9. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC = 2\sqrt{2}$, 点 D 是 AC 的中点, 连接 BD , 将 $\triangle BCD$ 绕点 B 旋转, 得到 $\triangle BEF$. 连接 CF , 当 $CF \parallel AB$ 时, $CF =$ _____.

10. 如图,在平面直角坐标系中,四边形 $ABCD$ 是矩形, $AD \parallel x$ 轴, $A(-6, 3)$, $AB = 2$, $AD = 4$.

(1) 填空:点 B 的坐标是 _____; 点 D 的坐标是 _____;

(2) 将矩形 $ABCD$ 向右平移 m 个单位,使点 A, C 恰好同时落在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象上,得矩形 $A'B'C'D'$. 求矩形 $ABCD$ 的平移距离 m 和反比例函数的解析式.



11. 定义:若点 A 在一个函数图象上,且点 A 的横、纵坐标相等,则称点 A 为这个函数的“等点”.

(1) 关于“等点”,下列说法正确的有 _____;

①函数 $y = \frac{2}{x}$ 有两个“等点”;

②函数 $y = x + 4$ 有一个“等点”;

③函数 $y = -\frac{3}{x}$ 没有“等点”.

(2) 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 与一次函数 $y = -x - 6$ 的图象上有同一个“等点”,求反比例函数的表达式;

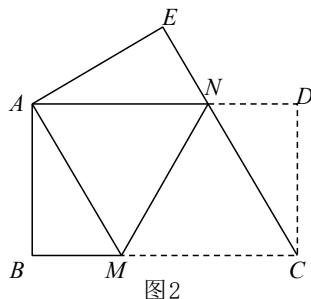
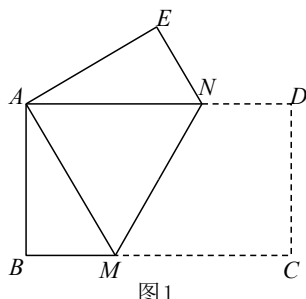
(3) 函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上有两个“等点” A, B , 设 A, B 两点之间的距离为 m , 若 $2\sqrt{2} < m < 5\sqrt{2}$, 则 k 的取值范围是 _____.

12. 如图1,将一张矩形纸片 $ABCD$ 沿直线 MN 折叠,使点 C 落在点 A 处,点 D 落在点 E 处,直线 MN 交 BC 于点 M ,交 AD 于点 N .

(1) 若 $\angle BAM = 32^\circ$, 则 $\angle ANM =$ _____ $^\circ$;

(2) 如图2,连接 CN . 求证:四边形 $AMCN$ 为菱形;

(3) 若 $\triangle AMN$ 的面积与 $\triangle ABM$ 的面积比为 $3:1$, $BM = 1$, 求 MN 的长.



答案解析

1. 在 7 007 000 007 中, 数字“7”出现的频数是 3 .

2. 已知反比例函数 $y = -\frac{6}{x}$, 则下列说法错误的是 (C)

A. 它的图象必经过点 $(-3, 2)$

B. 当 $x > 1$ 时, $-6 < y < 0$

C. 当 $x < 0$ 时, y 随 x 的增大而减小

D. 它的图象位于第二、四象限

【答案】解: 反比例函数 $y = -\frac{6}{x}$, $k = -6$, 图象分布在第二、四象限, 在每个象限内, y 随 x 的增大而增大.

A. 它的图象必经过点 $(-3, 2)$, 正确, 不符合题意;

B. 当 $x > 1$ 时, $-6 < y < 0$, 正确, 不符合题意;

C. 当 $x < 0$ 时, y 随 x 的增大而减小, 错误, 符合题意;

D. 它的图象位于第二、四象限, 正确, 不符合题意; 故选: C.

3. 如图, 依次连接四边形 $ABCD$ 各边中点得四边形 $EFGH$, 要使四边形 $EFGH$ 为矩形, 添加的条件不正确的是 ()

A. $\angle FEH = 90^\circ$

B. $AC = BD$

C. $EG = FH$

D. $AC \perp BD$

【答案】解: 依题意得, 四边形 $EFGH$ 是由四边形 $ABCD$ 各边中点连接而成,

连接 AC 、 BD ,

$\because E$ 、 F 、 G 、 H 分别是 CD 、 DA 、 AB 、 BC 的中点,

$\therefore EF \parallel AC \parallel HG$, $EH \parallel BD \parallel FG$,

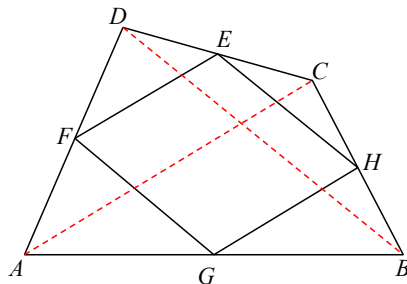
\therefore 四边形 $EFGH$ 是平行四边形,

要使四边形 $EFGH$ 为矩形,

根据矩形的判定: 有一个角为直角的平行四边形是矩形,

故当 $AC \perp BD$ 时, $\angle EFG = \angle EHG = 90^\circ$ 时,

四边形 $EFGH$ 为矩形. 故选: B.



4. 如图, 在平面直角坐标系内, 四边形 $OABC$ 是矩形, 四边形 $ADEF$ 是正方形, 点 A 、 D 在 x 轴的负半轴上, 点 F 在 AB 上, 点 B 、 E 均在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x < 0$) 的图象上, 若点 B 的坐标为 $(-1, 6)$, 则正方形 $ADEF$ 的周长为 8 .

【答案】解: 设正方形的边长是 a ($a > 0$),

$\because B$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x < 0$) 的图象上, 点 B 的坐标为 $(-1, 6)$, $\therefore 6 = \frac{k}{-1}$, $\therefore k = -6$,

$\therefore OD = OA + AD = a + 1$, $\therefore E$ 的坐标是 $(-1 - a, a)$,

把 $E(-1 - a, a)$ 代入 $y = \frac{-6}{x}$, $\therefore a = \frac{-6}{-1 - a}$, $\therefore a = 2$ 或 $a = -3$ (舍), \therefore 正方形的周长是 $4a = 8$.

5. 已知正方形的对角线长为 $5\sqrt{2}$, 则这个正方形的面积是 25 .

【答案】解: \because 正方形的对角线长为 $5\sqrt{2}$, \therefore 正方形的面积是: $\frac{5\sqrt{2} \times 5\sqrt{2}}{2} = 25$.

6. 已知矩形的两条对角线的夹角为 60° , 矩形的宽为 2, 则矩形的面积为 $4\sqrt{3}$.

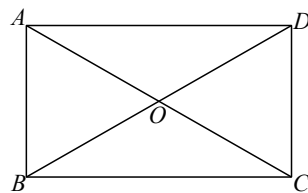
【答案】解: 如图所示: \because 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$\therefore \angle ABC = 90^\circ$, $OA = OC = \frac{1}{2} AC$, $OB = OD = \frac{1}{2} BD$, $AC = BD$, $\therefore OA = OB$,

$\therefore \angle AOB = 60^\circ$, $\therefore \triangle AOB$ 是等边三角形,

$\therefore OA = AB = 2$,

$\therefore AC = 2OA = 4,$
 $\therefore BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 2\sqrt{3},$
 $\therefore \text{矩形 } ABCD \text{ 的面积} = AB \cdot BC = 2 \times 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3},$
 故答案为: $4\sqrt{3}.$



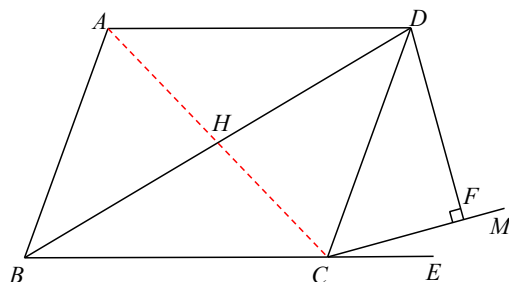
7. 如图, 四边形 $ABCD$ 为菱形, $\angle ABC = 70^\circ$, 延长 BC 到 E , 在 $\angle DCE$ 内作射线 CM , 使得 $\angle ECM = 15^\circ$, 过点 D 作 $DF \perp CM$, 垂足为 F , 若 $DF = \sqrt{5}$, 则对角线 BD 的长为 $2\sqrt{5}$. (结果保留根号)

【答案】解: 如图, 连接 AC 交 BD 于点 H ,

由菱形的性质得 $\angle BDC = 35^\circ$, $\angle DCE = 70^\circ$,
 又 $\because \angle MCE = 15^\circ$, $\therefore \angle DCF = 55^\circ$,
 $\because DF \perp CM$, $\therefore \angle CDF = 35^\circ$,
 又 \because 四边形 $ABCD$ 是菱形, $\therefore BD$ 平分 $\angle ADC$,
 $\therefore \angle HDC = 35^\circ$,

在 $\triangle CDH$ 和 $\triangle CDF$ 中, $\begin{cases} \angle CHD = \angle CFD \\ \angle HDC = \angle FDC \\ DC = DC \end{cases}$

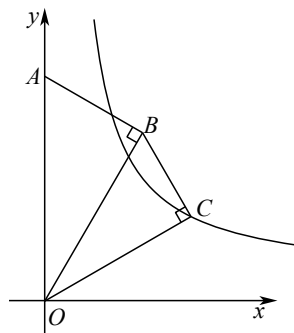
$\therefore \triangle CDH \cong \triangle CDF (AAS)$, $\therefore DF = DH = \sqrt{5}$, $\therefore DB = 2\sqrt{5}$.



8. 如图, 在平面直角坐标系中, $AB \perp OB$ 交 y 轴于点 A , $BC \perp OC$, $\angle AOB = \angle BOC = 30^\circ$, $AB = 1$, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 恰好经过点 C , 则 k 的值为 $\frac{9\sqrt{3}}{16}$.

【答案】解: 根据题意可知, $\triangle AOB$ 和 $\triangle BOC$ 是直角三角形,

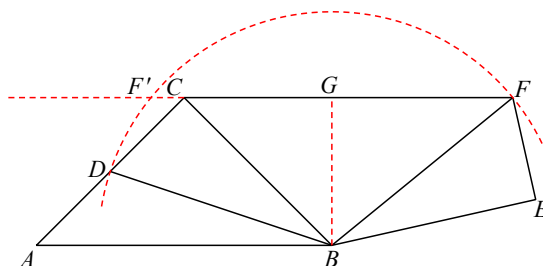
$\because AB = 1$, $\angle AOB = 30^\circ$, $\therefore OB = \sqrt{3}$,
 $\because OB = \sqrt{3}$, $\angle BOC = 30^\circ$, $\therefore OC = \frac{3}{2}$,
 作 $CD \perp x$ 轴, 垂足为 D , $\angle COD = 90^\circ - \angle AOB - \angle BOC = 30^\circ$,
 $\therefore OC = \frac{3}{2}$, $\therefore CD = \frac{3}{4}$, $OD = \frac{3\sqrt{3}}{4}$, $C(\frac{3\sqrt{3}}{4}, \frac{3}{4})$,
 \because 点 C 在反比例函数图象上, $\therefore k = \frac{9\sqrt{3}}{16}$.



9. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC = 2\sqrt{2}$, 点 D 是 AC 的中点, 连接 BD , 将 $\triangle BCD$ 绕点 B 旋转, 得到 $\triangle BEF$. 连接 CF , 当 $CF \parallel AB$ 时, $CF = 2 + \sqrt{6}$ 或 $\sqrt{6} - 2$.

【答案】解: 作 $BG \perp CF$ 于点 G , 如图所示,

$\because \angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC = 2\sqrt{2}$, 点 D 是 AC 的中点, $\therefore CD = \sqrt{2}$, $\angle ABC = 45^\circ$,
 $\therefore BD = \sqrt{BC^2 + CD^2} = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2} = \sqrt{10}$,
 由旋转的性质可知: $\triangle DCB \cong \triangle FEB$, $\therefore BD = BF = \sqrt{10}$,
 $\because CF \parallel AB$, $\therefore \angle ABC = \angle BCG = 45^\circ$, $\therefore CG = BG = 2$,
 $\therefore GF = \sqrt{BF^2 - BG^2} = \sqrt{(\sqrt{10})^2 - 2^2} = \sqrt{6}$,
 $\therefore CF = CG + GF = 2 + \sqrt{6}$;
 当点 D 运动点 F' 时, 此时 $CF' \parallel AB$,
 同理可得, $GF' = \sqrt{6}$, $CG = 2$,
 $\therefore CF' = \sqrt{6} - 2$;
 故答案为: $2 + \sqrt{6}$ 或 $\sqrt{6} - 2$.



10. 如图,在平面直角坐标系中,四边形 $ABCD$ 是矩形, $AD \parallel x$ 轴, $A(-6, 3)$, $AB = 2$, $AD = 4$.

(1) 填空:点 B 的坐标是 $(-6, 1)$; 点 D 的坐标是 $(-2, 3)$;

(2) 将矩形 $ABCD$ 向右平移 m 个单位,使点 A, C 恰好同时落在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象上,得矩形 $A'B'C'D'$. 求矩形 $ABCD$ 的平移距离 m 和反比例函数的解析式.

【答案】解: (1) $\because A(-6, 3), AB = 2, AD = 4$,

$\therefore B(-6, 1), D(-2, 3)$.

故答案为: $(-6, 1), (-2, 3)$.

(2) 由题意得: $A(-6, 3), C(-2, 1)$,

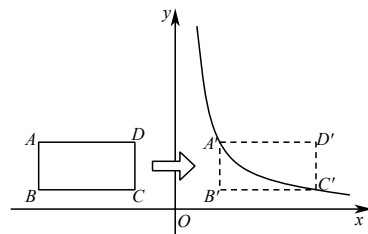
将矩形 $ABCD$ 向右平移 m 个单位后,

则有 $A'(-6+m, 3), C'(-2+m, 1)$,

\because 点 A', C' 恰好同时落在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象上,

$\therefore 3(-6+m) = -2+m, \therefore m = 8, \therefore A'(2, 3)$

故反比例函数的解析式为 $y = \frac{6}{x}$.



11. 定义:若点 A 在一个函数图象上,且点 A 的横、纵坐标相等,则称点 A 为这个函数的“等点”.

(1) 关于“等点”,下列说法正确的有 ①③;

①函数 $y = \frac{2}{x}$ 有两个“等点”;②函数 $y = x + 4$ 有一个“等点”;③函数 $y = -\frac{3}{x}$ 没有“等点”.

【答案】(1) ①函数 $y = \frac{2}{x}$ 有两个“等点”;图象分布在第一、三象限,故有两个“等点”,①正确;

②函数 $y = x + 4$ 有一个“等点”;此图象过第一二三象限,在第一三象限没有“等点”,②错误;

③函数 $y = -\frac{3}{x}$ 没有“等点”. 此图象分布在第二四象限,在第二四象限内,没有“等点”,③正确;

(2) 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 与一次函数 $y = -x - 6$ 的图象上有同一个“等点”,求反比例函数的表达式;

【答案】(2) \because 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 与一次函数 $y = -x - 6$ 的图象上有同一个“等点”,

设等点坐标为 (m, m) ,

$\therefore m^2 = k, m = -m - 6$, 解得 $m = -3, \therefore k = 9, \therefore$ 反比例函数解析式为: $y = \frac{9}{x}$;

(3) 函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上有两个“等点” A, B , 设 A, B 两点之间的距离为 m , 若 $2\sqrt{2} < m < 5\sqrt{2}$, 则 k 的取值范围是 $1 < k < \frac{25}{4}$.

【答案】解: (3) $\because 2\sqrt{2} < m < 5\sqrt{2}, \therefore \sqrt{2} < \frac{m}{2} < \frac{5\sqrt{2}}{2}$,

当等点到原点距离为 $\sqrt{2}$ 时, $k = 1$, 当等点到原点距离为 $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ 时, $k = \frac{25}{4}$,

\therefore 若 $2\sqrt{2} < m < 5\sqrt{2}$, 则 k 的取值范围是 $1 < k < \frac{25}{4}$.

12. 如图1,将一张矩形纸片 $ABCD$ 沿直线 MN 折叠,使点 C 落在点 A 处,点 D 落在点 E 处,直线 MN 交 BC 于点 M ,交 AD 于点 N .

(1) 若 $\angle BAM = 32^\circ$, 则 $\angle ANM = 61^\circ$;

(2) 如图2,连接 CN . 求证:四边形 $AMCN$ 为菱形;

(3) 若 $\triangle AMN$ 的面积与 $\triangle ABM$ 的面积比为 $3:1$, $BM = 1$, 求 MN 的长.

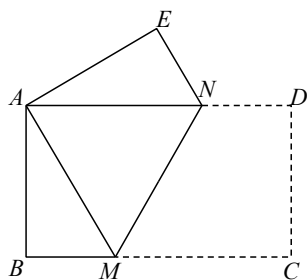


图1

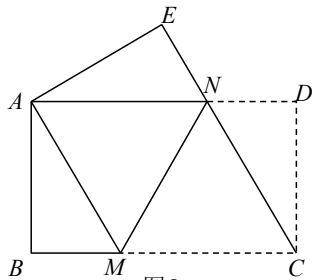


图2

【答案】(1) 解: \because 四边形 $ABCD$ 是矩形, $\therefore \angle B = 90^\circ$, $AD \parallel BC$,

$\therefore \angle BAM = 32^\circ$, $\therefore \angle AMB = 90^\circ - \angle BAM = 58^\circ$, \therefore 折叠,

$\therefore \angle AMN = \angle NMC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 58^\circ) = 61^\circ$,

$\therefore AD \parallel BC$, $\therefore \angle ANM = \angle CMN = 61^\circ$, 故答案为: 61;

(2) 证明: \therefore 折叠, $\therefore CM = AM$, $AE = CD$, $\angle AMN = \angle CMN$, $\angle E = \angle D = 90^\circ$,

$\therefore \triangle CDN \cong \triangle AEN$ (SAS), $\therefore AN = CN$,

$\therefore ABCD$ 是矩形, $\therefore AD \parallel BC$, $\therefore \angle AMN = \angle ANM$, $\therefore \angle ANM = \angle AMN$,

$\therefore AM = AN$, $\therefore AM = CM = AN = CN$, \therefore 四边形 $AMCN$ 为菱形;

(3) 解: 作 $MF \perp AN$ 于点 F ,

$\therefore AD \parallel BC$, $\therefore \triangle AMN$ 和 $\triangle ABM$ 是等高的两个三角形 $\therefore S_{\triangle AMN} : S_{\triangle ABM} = 3 : 1 = AN : BM$,

$\therefore BM = 1$, $\therefore AN = 3$,

$\therefore AM = AN$, $\therefore AM = 3$,

$\therefore MF \perp AN$, $\angle B = \angle DAB = 90^\circ$, $\therefore ABMF$ 是矩形,

$\therefore BM = AF = 1$,

\therefore 根据勾股定理 $FM = \sqrt{AM^2 - AF^2} = 2\sqrt{2}$, $NF = 2$,

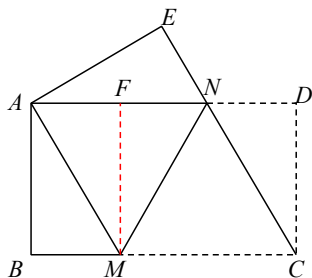


图2

在 $Rt\triangle MNF$ 中, $MN = \sqrt{MF^2 + NF^2} = 2\sqrt{3}$.