2026春季初一数学每日一题打卡005

18世纪欧拉引进了求和符号“$\sum_{k=i}^{n}k$“(其中 $\mathrm{i}\leqslant n$,且 i 和 n 表示正整数),对这个符号我们进行如下定义:$\sum_{k=i}^{n}k$ 表示 k 从 i 开始取数一直取到 n,全部加起来,即 $\sum_{k=i}^{n}k=\mathrm{i}+(\mathrm{i}+1)+(\mathrm{i}+2)+(\mathrm{i}+3)+\cdots+n$. 例如:当 $\mathrm{i}=1$ 时,$\sum_{k=1}^{n}k=1+2+3+4+\cdots+n$.

(1) 若 $\sum_{k=2}^{n}(x-k)(x-k+1)=3x^2+px+m$,则 $p=$______;$m=$______.

(2) 若 $\sum\limits_{k=1}^{n}[(x+k)(x-k+1)]=ax^2+4x+b$,则 $a+b$ 的值是______.

试题解析

18 世纪欧拉引进了求和符号“$\sum_{k=i}^{n}k$“(其中 $i\leqslant n$,且 i 和 n 表示正整数),对这个符号我们进行如下定义:$\sum_{k=i}^{n}k$ 表示 k 从 i 开始取数一直取到 n,全部加起来,即 $\sum_{k=i}^{n}k=i+(i+1)+(i+2)+(i+3)+\cdots+n$. 例如:当 $i=1$ 时,$\sum_{k=1}^{n}k=1+2+3+4+\cdots+n$.

(1) 若 $\sum_{k=2}^{n}(x-k)(x-k+1)=3x^2+px+m$,则 $p=$______;$m=$______.

解:∵ $\sum_{k=2}^{n}(x-k)(x-k+1)=3x^2+px+m$,且 $3x^2+px+m$ 中二次项系数为 3,

∴ $n=4$,

∴ $\sum\limits_{k=2}^{n}(x-k)(x-k+1)$

$=(x-2)(x-1)+(x-3)(x-2)+(x-4)(x-3)$

$=x^2-x-2x+2+x^2-2x-3x+6+x^2-3x-4x+12$

$=3x^2-15x+20$,

∵ $\sum_{k=2}^{n}(x-k)(x-k+1)=3x^2+px+m$,

∴ $3x^2-15x+20=3x^2+px+m$,

∴ $p=-15$, $m=20$.

(2) 若 $\sum\limits_{k=1}^{n}[(x+k)(x-k+1)]=ax^2+4x+b$,则 $a+b$ 的值是 __-16__ .

解:当 $n=1$ 时,$\sum\limits^{n}k=1[(x+k)(x-k+1)]=x(x+1)=x^2+x$,

当 $n=2$ 时,$\sum\limits^{n}k=1[(x+k)(x-k+1)]=x(x+1)+(x+2)(x-1)=x^2+x+x^2+x-2=2x^2+2x-2$,

当 $n=3$ 时,$\sum\limits^{n}k=1[(x+k)(x-k+1)]=x(x+1)+(x+2)(x-1)+(x+3)(x-2)=3x^2+3x-8$,

当 $n=4$ 时,$\sum\limits^{n}k=1[(x+k)(x-k+1)]=x(x+1)+(x+2)(x-1)+(x+3)(x-2)+(x+4)(x-3)=4x^2+4x-20$,

∵ $\sum\limits_{k=1}^{n}[(x+k)(x-k+1)]=ax^2+4x+b$,

∴ $a=4$, $b=-20$,

∴ $a+b=4-20=-16$.

故答案为:-16.