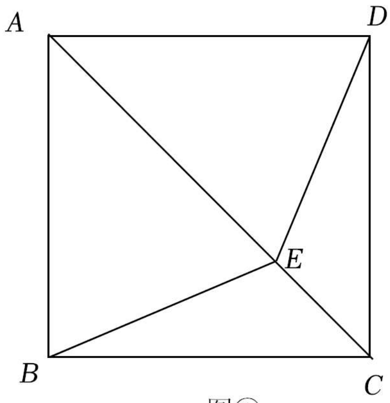
2026春季初二数学每日一题打卡008

如图①正方形$ABCD$中，点E是对角线AC上任意一点，连接DE，BE.

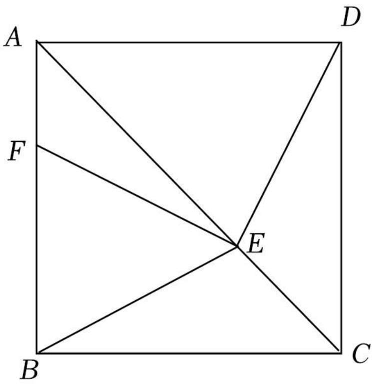
(1) 求证：$DE=BE$；

(2) 当$AE=AB$时，求$\angle BED$的度数；

(3) 如图②，过点E作$EF\perp DE$交AB于点F，当$BE=BF$时，若$AB=\sqrt{6}+\sqrt{2}$. 求AF的长.



图①



图②

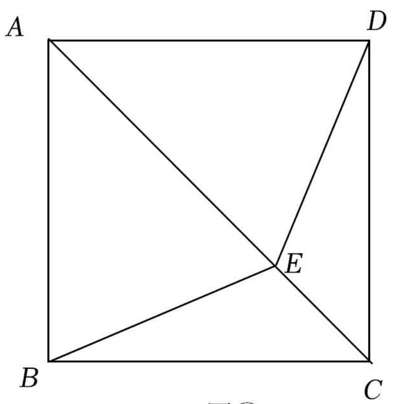
试题解析：

如图①正方形 $ABCD$ 中，点 E 是对角线 AC 上任意一点，连接 DE，BE.

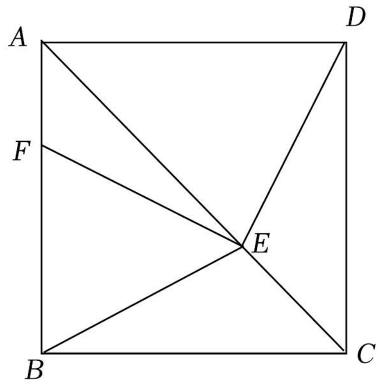
(1) 求证：$DE=BE$；

(2) 当 $AE=AB$ 时，求 $\angle BED$ 的度数；

(3) 如图②，过点 E 作 $EF\perp DE$ 交 AB 于点 F，当 $BE=BF$ 时，若 $AB=\sqrt{6}+\sqrt{2}$. 求 AF 的长.



图①



图②

(1) 证明：∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形，∴ $AD=AB$，$\angle DAE=\angle BAE$，

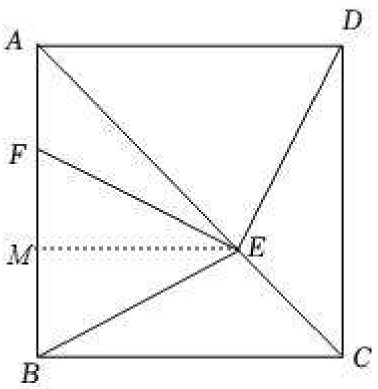
∵ $AE=AE$，∴ $\triangle DAE\cong\triangle BAE(SAS)$，∴ $DE=BE$；

(2) ∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形，∴ $\angle BAC=\angle DAC=45^\circ$，

由 (1) 知：$\triangle DAE\cong\triangle BAE$，∴ $\angle AED=\angle AEB=\frac{1}{2}(180^\circ-45^\circ)=\frac{1}{2}\times135^\circ$，

∴ $\angle BED=2\angle AEB=135^\circ$；

(3) 如图②，过 E 作 $EM\perp BF$，



图②

∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形，∴ $CD=CB$，$\angle DCE=\angle BCE$，

∵ $CE=CE$，∴ $\triangle DCE\cong\triangle BCE(SAS)$，∴ $\angle CDE=\angle CBE$，

∵ $\angle ADC=\angle ABC=90^\circ$，∴ $\angle ADE=\angle ABE$，

∵ $DE\perp EF$，∴ $\angle DEF=90^\circ$，

在四边形 $ADEF$ 中，$\angle DAF=90^\circ$，∴ $\angle ADE+\angle AFE=180^\circ$，

∵ $\angle AFE+\angle BFE=180^\circ$，∴ $\angle BFE=\angle EBF$，∴ $BE=EF$，

∵ $BE=BF$，∴ $\triangle BEF$ 是等边三角形，∴ $\angle EBF=60^\circ$，

设 $BM=x$，则 $MF=BM=x$，$EM=\sqrt{3}x$，

∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形，∴ $\angle BAE=\frac{1}{2}\angle BAD=45^\circ$，∴ $AM=EM=\sqrt{3}x$，

∵ $AM+BM=AB=\sqrt{6}+\sqrt{2}$，∴ $x+\sqrt{3}x=\sqrt{6}+\sqrt{2}$，

解得，$x=\sqrt{2}$，∴ $BF=2x=2\sqrt{2}$，∴ $AF=AB-BF=\sqrt{6}+\sqrt{2}-2\sqrt{2}=\sqrt{6}-\sqrt{2}$.