

一、选择题

1. 下列方程中是关于  $x$  的一元二次方程的是 ( )

- A.  $ax^2+bx+c=0$       B.  $x^2+5x=x^2+1$       C.  $4x^2-6x=7$       D.  $2x^3-x-5=0$

2. 下列说法，错误的是 ( )

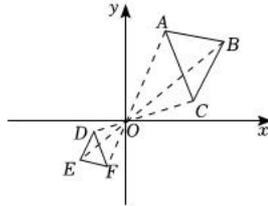
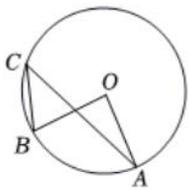
- A. 直径是弦      B. 等弧所对的圆心角相等  
C. 弦的垂直平分线一定经过圆心      D. 过三点可以确定一个圆

3. 用配方法解方程  $x^2-4x-1=0$  时，配方后是正确的 ( )

- A.  $(x+2)^2=3$       B.  $(x+2)^2=17$   
C.  $(x-2)^2=5$       D.  $(x-2)^2=17$

4. 如图， $OA$ 、 $OB$  是  $\odot O$  的两条半径，点  $C$  在  $\odot O$  上，若  $\angle AOB=80^\circ$ ，则  $\angle C$  的度数为 ( )

- A.  $30^\circ$       B.  $40^\circ$       C.  $50^\circ$       D.  $60^\circ$



5. 若关于  $x$  的一元二次方程  $x^2-8x+m=0$  两根为  $x_1$ 、 $x_2$ ，且  $x_1=3x_2$ ，则  $m$  的值为 ( )

- A. 4      B. 8      C. 12      D. 16

6. 如图，在平面直角坐标系中， $\triangle ABC$  与  $\triangle DEF$  关于原点  $O$  位似，若  $OB=2OE$ ， $S_{\triangle ABC}=8$ ，则  $S_{\triangle DEF}$  为 ( )

- A. 2      B. 4      C.  $\frac{8}{9}$       D.  $\frac{8}{3}$

7. 对于实数  $a$ ， $b$  定义运算 “ $\otimes$ ” 为  $a \otimes b = b^2 - ab$ ，例如： $3 \otimes 2 = 2^2 - 3 \times 2 = -2$ ，则关于  $x$  的方程  $(k-3) \otimes x = k-1$  的情况，下列说法正确的是 ( )

- A. 有两个不相等的实数根      B. 有两个相等的实数根  
C. 没有实数根      D. 无法确定

8. 如果关于  $x$  的一元二次方程  $x^2+bx+c=0$  有两个实数根，且其中一个根为另外一个根的 2 倍，则称这样的方程为“倍根方程”，以下关于倍根方程的说法，正确的是 ( )

- ①方程  $x^2-x-2=0$  是倍根方程；②  $(x-2)(mx+n)=0$  是倍根方程，则  $4m^2+5mn+n^2=0$ ；③若  $p$ ， $q$  满足  $pq=2$ ，则关于  $x$  的方程  $px^2+3x+q=0$  是倍根方程④若方程  $ax+bx+c=0$  是倍根方程，则必有  $2b^2=9ac$ .

- A. ①②③      B. ②③④      C. ③④      D. ②③

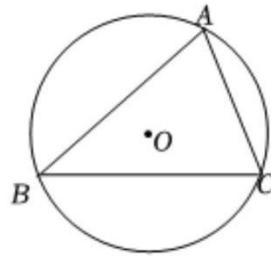
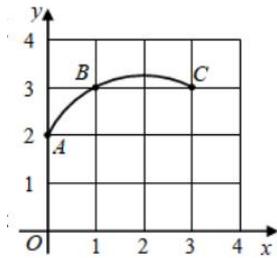
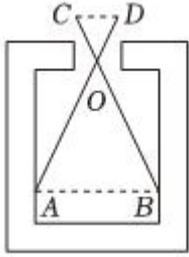
二、填空题

9.一元二次方程  $x^2-x=0$  的根是\_\_\_\_\_。

10.设  $a$  是方程  $x+x-2023=0$  的一个根，则  $a^2+a+1$  的值为\_\_\_\_\_。

11.如果点  $C$  是线段  $AB$  的黄金分割点， $AC>BC$ ， $AB=100\text{cm}$ ，则  $AC=$ \_\_\_\_\_  $\text{cm}$ 。

12.如图，用一个卡钳 ( $AD=BC$ ,  $\frac{OC}{OE} = \frac{OD}{OA} = \frac{1}{3}$ ) 测量某个零件的内孔直径  $AB$ ，量得  $CD$  长为  $6\text{cm}$ ，则  $AB$  等于\_\_\_\_\_  $\text{cm}$ 。



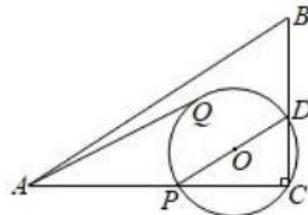
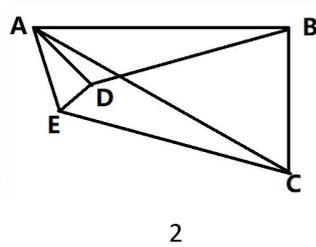
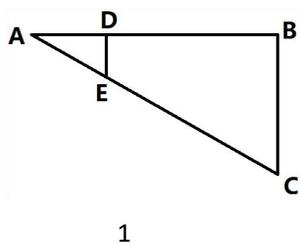
13.如图，在平面直角坐标系  $xOy$  中，点  $A$ ， $B$ ， $C$  的横、纵坐标都为整数，过这三个点作一条圆弧，则此圆弧的圆心坐标为\_\_\_\_\_。

14.如图， $\odot O$  是  $\triangle ABC$  的外接圆， $\angle A=60^\circ$ ， $BC=4\sqrt{3}$ ，则  $\odot O$  的半径是\_\_\_\_\_。

15.已知  $x_1, x_2$  是方程  $2x^2-3x+1=0$  的两根，则代数式  $\frac{x_1+x_2}{1+x_1x_2}$  的值为\_\_\_\_\_。

16.已知关于  $x$  的二次方程  $a(x+h)^2+k=0$  的解为  $x_1=-3, x_2=-\frac{5}{3}$ ，则方程  $a(x+h-\frac{5}{3})^2+k=0$  的解为\_\_\_\_\_。

17.如图 1，在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle ABC=90^\circ$ ， $AB=4$ ， $BC=3$ ， $D$  是  $AB$  上一点，且  $AD=1$ ，过点  $D$  作  $DE\parallel BC$  交  $AC$  于  $E$ ，将  $\triangle ADE$  绕  $A$  点顺时针转到图 2 的位置，则图 2 中  $\frac{BD}{CE}$  的值为\_\_\_\_\_。



18.如图，在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $AC=10$ ，点  $D$  在  $BC$  上，且  $CD=2$ ，点  $P$  是线段  $AC$  上一个动点，以  $PD$  为直径作  $\odot O$ ，点  $Q$  为直径  $PD$  上方半圆的中点，连接  $AQ$ ，则  $AQ$  的最小值为\_\_\_\_\_。

三.解答题

19.解方程：(1)  $3(x-1)^2=12$

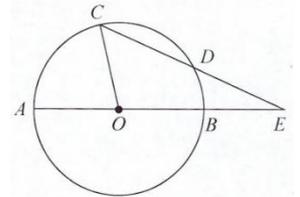
(2)  $x^2+4x-2=0$

20. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - (2k+1)x + k^2 + k = 0$ .

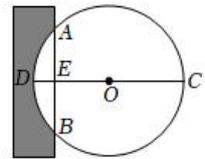
(1) 求证:无论取何值, 方程都有两个不相等的实数根

(2) 如果方程的两个实数根为  $x_1, x_2$ , 且  $x_1 > x_2$ , 与  $\frac{x_1}{x_2}$  都为整数, 求  $k$  所有可能的值

21. 如图所示,  $AB$  为  $\odot O$  的直径,  $CD$  是  $\odot O$  的弦,  $AB, CD$  的延长线交于点  $E$ , 已知  $AB = 2DE$ ,  $\angle AEC = 20^\circ$ , 求  $\angle AOC$  的度数.



22. 《九章算术》是我国古代数学成就的杰出代表作, 书中记载:“今有中, 不知大小。以锯锯之, 深 1 寸, 锯道长 1 尺, 问经几何?” 其意思为:“如图, 今有一圆形木材在墙中, 不知其大小用锯子去锯这个木材, 锯口深  $DE = 1$  寸, 锯道长  $AB = 10$  寸, 问这块圆形木材的半径是多少?”



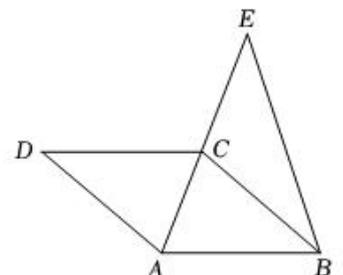
23. 某商店以每件 40 元的价格进了一批热销商品, 出售价格经过两个月的调整, 从每件 50 元上涨到每件 72 元, 此时每月可售出 188 件商品.

(1) 求该商品平均每月的价格增长率; (2) 因某些原因, 商家需尽快将这批商品售出, 决定降价出售。经过市场调查发现: 售价每下降一元, 每个月多卖出一件, 设实际售价为  $x$  元, 则  $x$  为多少元时商品每月的利润可达到 4000 元.

24. 如图, 四边形  $ABCD$  为菱形, 点  $E$  在  $AC$  的延长线上,  $\angle ACD = \angle ABE$ .

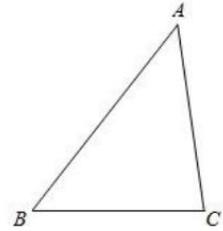
(1) 求证:  $\triangle ABC \sim \triangle AEB$ ;

(2) 当  $AB = 6$ ,  $AC = 4$  时, 求  $AE$  的长

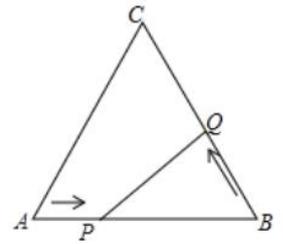


25. 尺规作图（只保留作图痕迹，不要求写出作法）。如图，已知 $\triangle ABC$ ，且 $AB > AC$ 。

(1) 在  $AB$  边上求作点  $D$ ，使  $DB=DC$ ；(2) 在  $AC$  边上求作点  $E$ ，使  $\triangle ADE \sim \triangle ACB$ 。



26. 如图，在边长为  $12\text{cm}$  的等边三角形  $ABC$  中，点  $P$  从点  $A$  开始沿  $AB$  边向点  $B$  以每秒钟  $1\text{cm}$  的速度移动，点  $Q$  从点  $B$  开始沿  $BC$  边向点  $C$  以每秒钟  $2\text{cm}$  的速度移动。若  $P$ 、 $Q$  分别从  $A$ 、 $B$  同时出发，其中任意一点到达目的地后，两点同时停止运动，求：(1) 经过几秒后， $\triangle BPO$  是直角三角形？(2) 经过几秒  $\triangle BPO$  的面积等于  $10\sqrt{3}\text{ cm}^2$ ？



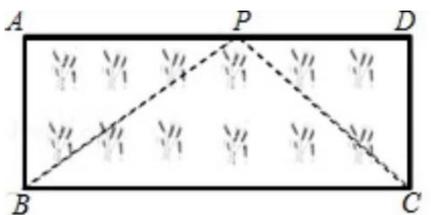
27. 阅读材料：各类方程的解法

求解一元一次方程，根据等式的基本性质，把方程转化为  $x=a$  的形式，求解二元一次方程组，把它转化为一元一次方程来解；类似的，求解三元一次方程组，把它转化为二元一次方程组。求解一元二次方程，把它转化为两个一元一次方程来解。求解分式方程，把它转化为整式方程来解，由于“去分母”可能产生增根，所以解分式方程必须检验。各类方程的解法不尽相同，但是它们有一个共同的基本数学思想——转化，把未知转化为已知用“转化”的数学思想，我们还可以解一些新的方程。例如，一元三次方程  $x^3+x^2-2x=0$ ，可以通过因式分解把它转化为  $x(x^2+x-2)=0$ ，解方程  $x=0$  和  $x^2+x-2=0$ ，可得方程  $x^3+x^2-2x=0$  的解。

(1) 问题:方程  $x^3+x^2-2x=0$  的解是  $x_1=0$ ， $x_2=$ \_\_\_\_\_， $x_3=$ \_\_\_\_\_。

(2) 拓展:用“转化”思想求方程  $\sqrt{2x+3}=x$  的解。

(3) 应用：如图，已知矩形草坪  $ABCD$  的长  $AD=8\text{m}$ ，宽  $AB=3\text{m}$ ，小华把一根长为  $10\text{m}$  的绳子的一端固定在点  $B$ ，沿草坪边沿  $BA$ ， $AD$  走到点  $P$  处，把长绳  $PB$  段拉直并固定在点  $P$ ，然后沿草坪边沿  $PD$ 、 $DC$  走到点  $C$  处，把长绳剩下的一段拉直，长绳的另一端恰好落在点  $C$ 。求  $AP$  的长。



28. 如图，在  $\odot O$  中， $AB$  是直径， $P$  为  $AB$  上一点，过点  $P$  作弦  $MN$ ， $\angle NPB=45^\circ$

(1) 若  $AP=2$ ， $BP=6$ ，求  $MN$  的长；

(2) 若  $MP=3$ ， $NP=5$ ，求  $AB$  的长；

(3) 当  $P$  在  $AB$  上运动时 ( $\angle NPB=45^\circ$  不变)， $\frac{PM^2+PN^2}{AB^2}$  的值是否发生变化？若不变，请求出其值；变化，请求出其范围。

