

荆州市 2020 年初中毕业年级调研考试

数 学 试 题

注意事项:

1. 本卷满分 120 分, 考试时间 120 分钟.
2. 本卷是试题卷, 不能答题, 答题必须写在答题卡上. 解题中的辅助线和标注角的字母、符号等务必添加在答题卡的图形上.
3. 在答题卡上答题, 选择题必须用 2B 铅笔填涂, 非选择题必须用 0.5 毫米黑色签字笔或黑色墨水钢笔作答.

★ 祝考试顺利 ★

一、选择题 (本大题共有 10 个小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

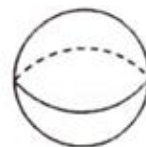
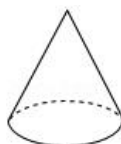
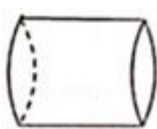
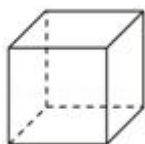
1. 在下列四个实数 $-\sqrt{3}$, -0.5 , 0 , $\sqrt{2}$ 中, 最小的是

- A. $-\sqrt{3}$ B. -0.5 C. 0 D. $\sqrt{2}$

2. 下列计算结果正确的是

- A. $a^6 \div a^2 = a^3$ B. $(ab)^2 = a^2b^2$ C. $a^4 \cdot a^2 = a^8$ D. $(a^4)^2 = a^6$

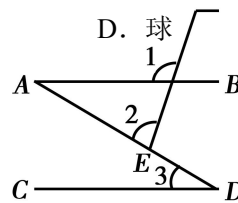
3. 下列立体图形中, 俯视图与主视图不同的是



- A. 正方体 B. 圆柱 C. 圆锥

4. 如图是一辆婴儿车的平面示意图, 其中 $AB \parallel CD$, $\angle 1 = 120^\circ$, $\angle 3 = 40^\circ$, 那么 $\angle 2$ 的度数为

- A. 80° B. 90°
C. 100° D. 102°



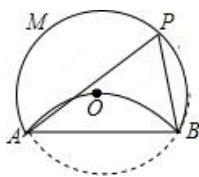
第 4 题图

5. 防范新冠病毒感染要养成戴口罩、勤洗手、多通风、常消毒等卫生习惯, 其中对物体表面进行消毒可以采用浓度为 75% 的酒精. 现有一瓶浓度为 95% 的酒精 500ml, 需将其加入适量的水, 使浓度稀释为 75%. 设加水量为 x ml, 可列方程为

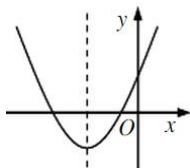
- A. $75\%x = 95\% \times 500$ B. $95\%x = 75\% \times 500$
C. $75\%(500+x) = 95\% \times 500$ D. $95\%(500+x) = 75\% \times 500$

6. 若单项式 $-3x^2y^{2m+n}$ 与 $2x^{m+n}y^4$ 是同类项, 则 m^2+2mn 的算术平方根为
 A. 0 B. 2 C. -2 D. ± 2
7. 定义 (a,b,c) 为方程 $ax^2+bx+c=0$ 的特征数. 若特征数为 $(k^2, -1-2k, 1)$ 的一元二次方程有两个实数根, 则 k 的取值范围是
 A. $k < -\frac{1}{4}$ B. $k > -\frac{1}{4}$ C. $k > -\frac{1}{4}$ 且 $k \neq 0$ D. $k \geq -\frac{1}{4}$ 且 $k \neq 0$

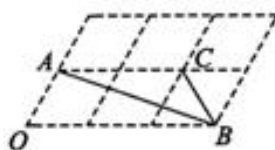
8. 如图, 将 $\odot O$ 沿弦 AB 折叠, 圆弧恰好经过圆心 O , 点 P 是优弧 \widehat{AMB} 上一点, 则 $\angle APB$ 的度数为
 A. 30° B. 45° C. 60° D. 75°



第 8 题图



第 9 题图

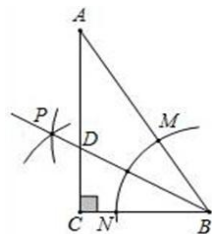


第 10 题图

9. 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图所示, 则一次函数 $y=bx+ac$ 的图象不经过
 A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
10. 如图, 6 个形状、大小完全相同的菱形组成网格, 菱形的顶点称为格点. 已知菱形的一个角 ($\angle O$) 为 60° , A, B, C 都在格点上, 则 $\tan \angle ABC$ 的值是
 A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{6}$

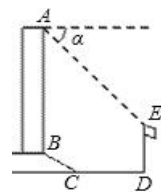
二、填空题 (第 11 题本大题共 6 个小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

- (1). 将 $3x^2 - 27$ 分解因式的结果是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
- (2). 若点 $(1, k)$ 关于 y 轴的对称点为 $(-1, 1)$, 则 y 关于 x 的函数 $y = \frac{\sqrt{k-x}}{x}$ 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
- (3). 点 P 的坐标是 (a, b) , 从 $-2, -1, 0, 1, 2$ 这五个数中任取一个数作为 a 的值, 再从余下的四个数中任取一个数作为 b 的值, 则点 $P(a, b)$ 在平面直角坐标系中第二象限内的概率是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
- (4). 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 以顶点 B 为圆心, 适当长度为半径画弧, 分别交 AB, BC 于点 M, N , 再分别以点 M, N 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}MN$ 的长为半径画弧, 两弧交于点 P , 作射线 BP 交 AC 于点 D . 当 $\angle A=30^\circ$ 时, 小敏正确求得 $S_{\triangle BCD} : S_{\triangle ABD} = 1 : 2$. 写出两条小敏求解中用到的数学依据: $\underline{\hspace{2cm}}$.



第 (4) 题图

- (5). 如图, 某办公大楼正前方有一根高度是 15 米的旗杆 ED , 从办公大楼顶端 A 测得旗杆顶端 E 的俯角 α 是 45° , 旗杆底端 D 到大楼前梯坎底边的距离 DC 是 20 米, 梯坎坡长 BC 是 12 米, 梯坎坡度 $i=1:\sqrt{3}$, 则大楼 AB 的高度为 米.
(精确到 0.1 米, 参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.41, \sqrt{3} \approx 1.73, \sqrt{6} \approx 2.45$)



第 (5) 题图

- (6). 定义新运算: 对于任意实数 a, b , 都有 $a \oplus b = ab + a + b$, 其中等式右边是通常的加法、乘法运算, 例如 $2 \oplus 3 = 2 \times 3 + 2 + 3 = 11$. 若 y 关于 x 的函数 $y = (kx + 1) \oplus (x - 1)$ 图象与 x 轴仅有一个公共点, 则实数 k 的值为 .

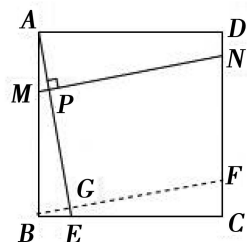
三、解答题 (本大题共有 8 小题, 共 72 分)

12. (本题满分 8 分) 先化简, 再求值: $(2 - \frac{6}{x+3}) \div \frac{x^2}{x^2 + x + 9}$, 其中 x 是不等式组

$$\begin{cases} x-2 > 0 \\ 2x+1 < 8 \end{cases}$$
 的整数解.

13. (本题满分 8 分) 若实数 m, n 满足 $|m-2| + \sqrt{m+n-1} = 0$, 请用配方法解关于 x 的一元二次方程 $x^2 + mx + n = 0$.

14. (本题满分 8 分) 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, E 为边 BC 上一点 (不与点 B, C 重合), 垂直于 AE 的一条直线 MN 分别交 AB, AE, CD 于点 M, P, N . 小聪过点 B 作 $BF \parallel MN$ 分别交 AE, CD 于点 G, F 后, 猜想线段 EC, DN, MB 之间的数量关系为 $EC = DN + MB$. 他的猜想正确吗? 请说明理由.

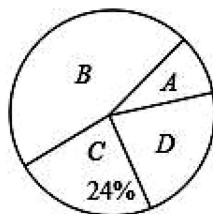
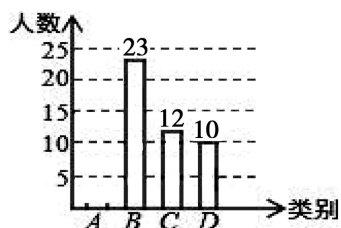


第 14 题图

15. (本题满分 8 分) 为了解“停课不停学”过程中学生对网课内容的喜爱程度, 某校开展了一次网上问卷调查. 随机抽取部分学生, 按四个类别统计, 其中 A 表示“很喜欢”, B 表示“喜欢”, C 表示“一般”, D 表示“不喜欢”, 并将调查结果绘制成下面两幅不完整的统计图.

各类学生人数条形统计图

各类学生人数扇形统计图



第 15 题图

请根据图中提供的信息, 解决下列问题:

- 这次共抽取 名学生进行统计调查, 扇形统计图中 D 类所在扇形的圆心角度数为 ;
- 将条形统计图补充完整;
- 若该校共有 3000 名学生, 估计该校表示“喜欢”的 B 类学生大约有多少人?

16. (本题满分 8 分) 参照学习函数的过程与方法, 探究函数 $y = \frac{x-2}{x} (x \neq 0)$ 图象与性质.

因为 $y = \frac{x-2}{x} = 1 - \frac{2}{x}$, 即 $y = -\frac{2}{x} + 1$, 所以我们对比函数 $y = -\frac{2}{x}$ 来探究.

列表:

x	...	-4	-3	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3	4	...
$y = -\frac{2}{x}$...	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	1	2	4	-4	-2	-1	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{2}$...
$y = \frac{x-2}{x}$...	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{3}$	2	3	5	-3	-1	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$...

描点: 在平面直角坐标系中, 以自变量 x 的取值为横坐标, 以 $y = \frac{x-2}{x}$ 相应的函数值为

纵坐标, 描出相应的点, 如图所示.

(1) 连线: 请把 y 轴左边各点和右边各点分别用一条光滑曲线顺次连接起来;

(2) 观察图象并分析表格, 回答下列问题:

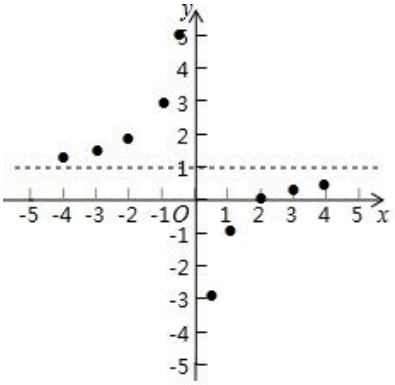
①当 $x < 0$ 时, y 随 x 的增大而 ▲; (填“增大”或“减小”)

② $y = \frac{x-2}{x}$ 的图象是由 $y = -\frac{2}{x}$ 的图象向 ▲ 平移 ▲ 个单位长度而得到;

③图象关于点 ▲ 成中心对称. (填点的坐标)

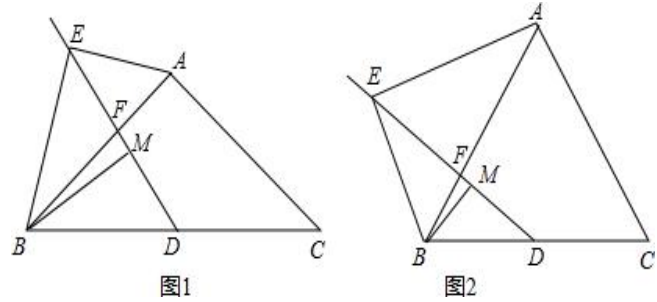
(3) 设 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 是函数 $y = \frac{x-2}{x}$ 的图象上的两点, 且 $x_1 + x_2 = 0$,

试求 $y_1 + y_2 + 3$ 的值.



第 16 题图

17. (本题满分 10 分) 已知: 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 点 D 为 BC 边的中点, 点 F 是 AB 边上一点, 点 E 在线段 DF 的延长线上, $\angle BAE=\angle BDF$, 点 M 在线段 DF 上, $\angle ABE=\angle DBM$.
- (1) 如图 1, 当 $\angle ABC=45^\circ$ 时, 求证: $AE=\sqrt{2} MD$;
- (2) 如图 2, 当 $\angle ABC=60^\circ$ 时, ①直接写出线段 AE, MD 之间的数量关系; ②延长 BM 到 P , 使 $MP=BM$, 连接 CP , 若 $AB=7$, $AE=2\sqrt{7}$, 探求 $\sin \angle PCB$ 的值.



第 17 题图

18. (本题满分 10 分) 为了抗击新冠病毒疫情, 全国人民众志成城, 守望相助. 春节后某地一水果购销商安排 15 辆汽车装运 A, B, C 三种水果 120 吨销售, 所得利润全部捐赠湖北抗疫. 已知按计划 15 辆汽车都要装满且每辆汽车只能装同一种水果, 每种水果所用车辆均不少于 3 辆, 汽车对不同水果的运载量和每吨水果销售获利情况如下表.

水果品种	A	B	C
汽车运载量(吨/辆)	10	8	6
水果获利(元/吨)	800	1200	1000

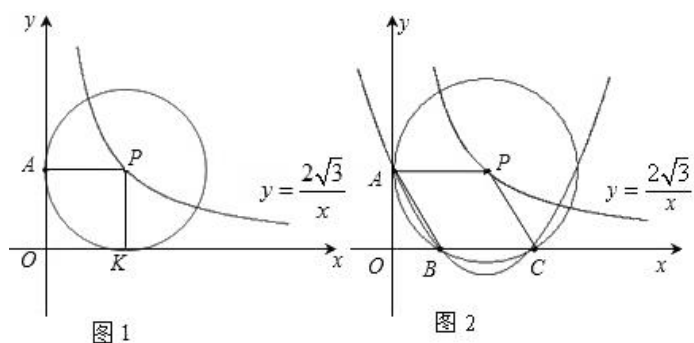
- (1) 设装运 A 种水果的车辆数为 x 辆, 装运 B 种水果车辆数为 y 辆, 根据上表提供的信息, ①求 y 与 x 之间的函数关系式; ②设计车辆的安排方案, 并写出每种安排方案;
- (2) 若原有获利不变的情况下, 当地政府按每吨 50 元的标准实行运费补贴, 该经销商打算将获利连同补贴全部捐出. 问应采用哪种车辆安排方案, 可以使这次捐款数 w (元) 最大化? 捐款 w (元) 最大是多少?

19. (本题满分 12 分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 P 是反比例函数 $y = \frac{2\sqrt{3}}{x} (x > 0)$ 图

象上一个动点, 以 P 为圆心的圆始终与 y 轴相切, 设切点为 A .

(1) 如图 1, $\odot P$ 运动到与 x 轴相切, 设切点为 K , 试判断四边形 $OKPA$ 的形状, 并说明理由.

(2) 如图 2, $\odot P$ 运动到与 x 轴相交, 设交点为 B, C . 当四边形 $ABCP$ 是菱形时, ①求过点 A, B, C 三点的抛物线解析式; ②在过 A, B, C 三点的抛物线上是否存在点 M , 使 $\triangle MBP$ 的面积是菱形 $ABCP$ 面积的 $\frac{1}{2}$? 若存在, 直接写出所有满足条件的 M 点的坐标; 若不存在, 试说明理由.



第 19 题图