

2020 年山西中考线上公益大模考 (数学)

参考答案

一、选择题

1. A 2. B 3. D 4. B 5. D 6. A 7. C 8. D 9. D 10. A

二、填空题

11. $\sqrt{5}$ 12. $\frac{1}{3}$ 13. $-2 < x \leq 3$ 14. 4 15. $\frac{\sqrt{10}-1}{3}$

三、解答题

16. 解: (1) 原式 $= 3 + 1 - 2 \times \frac{1}{2} + 3 \dots\dots\dots 4$ 分

$= 4 - 1 + 3$
 $= 6. \dots\dots\dots 5$ 分

(2) 原方程可变形为 $3x(x-2) - (x-2) = 0.$

$(x-2)(3x-1) = 0. \dots\dots\dots 7$ 分

$x-2=0$ 或 $3x-1=0. \dots\dots\dots 8$ 分

解得 $x_1=2, x_2=\frac{1}{3}. \dots\dots\dots 10$ 分

17. 证明: \because 四边形 ABCD 是平行四边形,

$\therefore AB \parallel CD. \dots\dots\dots 1$ 分

$\therefore \angle FAE = \angle CDE. \dots\dots\dots 2$ 分

\because 点 E 是 AD 的中点,

$\therefore AE = DE. \dots\dots\dots 3$ 分

在 $\triangle FAE$ 和 $\triangle CDE$ 中, $\begin{cases} \angle FAE = \angle CDE, \\ AE = DE, \\ \angle FEA = \angle CED, \end{cases}$

$\therefore \triangle FAE \cong \triangle CDE (ASA). \dots\dots\dots 4$ 分

$\therefore FA = CD. \dots\dots\dots 5$ 分

又 $\because AF \parallel CD,$

\therefore 四边形 ACDF 是平行四边形. $\dots\dots\dots 6$ 分

18. 解: (1) $\because A(-3, 0), B(0, 4),$

$\therefore OA=3, OB=4.$

在 $Rt\triangle AOB$ 中, $\angle AOB=90^\circ,$

由勾股定理, 得 $AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5. \dots\dots\dots 1$ 分

\because 四边形 ABCD 是菱形,

$\therefore BC \parallel AD, BC = AD = AB = 5.$

$\therefore C(5, 4). \dots\dots\dots 2$ 分

又 \because 点 C 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上,

$\therefore 4 = \frac{k}{5},$ 解得 $k=20.$

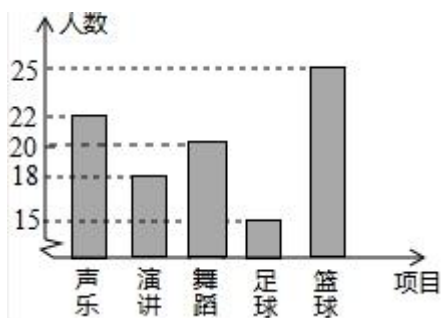
\therefore 反比例函数的表达式为 $y = \frac{20}{x}. \dots\dots\dots 3$ 分

(2) $\because AD=5, OA=3,$

$\therefore OD=2$.
 $\therefore D(2, 0)$4 分
 把 $x=2$ 代入 $y=\frac{20}{x}$, 得 $y=10$.
 $\therefore E(2, 10)$5 分
 $\therefore S_{\triangle BCE}=\frac{1}{2}\times 5\times 6=15$6 分
 (3) $4<y<10$8 分

19. 解: (1) 1001 分
 (2) 有意参加“舞蹈”社团的人数为 $100\times 20\%=20$ (人).

补全条形统计图如下:



(3) $1500\times \frac{22}{100}=330$ (人).3 分

答: 估计全校有意参加“声乐”社团的学生人数有 330 人.4 分

(4) 列表得:

| | 甲 | 乙 | 丙 | 丁 | 戊 |
|---|--------|--------|--------|--------|--------|
| 甲 | | (甲, 乙) | (甲, 丙) | (甲, 丁) | (甲, 戊) |
| 乙 | (乙, 甲) | | (乙, 丙) | (乙, 丁) | (乙, 戊) |
| 丙 | (丙, 甲) | (丙, 乙) | | (丙, 丁) | (丙, 戊) |
| 丁 | (丁, 甲) | (丁, 乙) | (丁, 丙) | | (丁, 戊) |
| 戊 | (戊, 甲) | (戊, 乙) | (戊, 丙) | (戊, 丁) | |

.....6 分
 由表格可知, 所有可能出现的结果共有 20 种, 且每种结果出现的可能性相同, 其中恰好选中甲、乙两位同学的结果有 2 种.8 分

$\therefore P(\text{恰好选中甲、乙两位同学})=\frac{2}{20}=\frac{1}{10}$9 分

20. 解: 如图, 过点 A 作 $AE\perp l$ 于点 E, 过点 B 作 $BF\perp l$ 于点 F.

设 $AE=x$ 米. $\because \angle ADC=120^\circ$, $\angle ACB=18.5^\circ$, $\angle BCD=26.5^\circ$,
 $\therefore \angle ACE=45^\circ$, $\angle ADE=60^\circ$1 分

在 $Rt\triangle ACE$ 中, $\angle AEC=90^\circ$, $\angle ACE=45^\circ$,

$\therefore CE=AE=x$.

在 $Rt\triangle ADE$ 中, $\angle AED=90^\circ$, $\angle ADE=60^\circ$,

$\therefore DE=\frac{AE}{\tan 60^\circ}=\frac{\sqrt{3}}{3}x$2 分

由题意，得 $CE-DE=CD$ ，即 $x-\frac{\sqrt{3}}{3}x=40$3 分

解得 $x\approx 94.64$4 分

$\therefore AE=CE=94.64$.

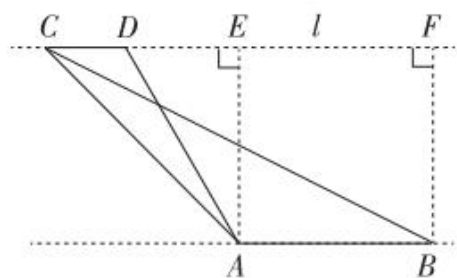
易得四边形 $ABFE$ 是矩形， $\therefore AB=EF$ ， $BF=AE=94.64$5 分

在 $Rt\triangle BFC$ 中， $\angle BFC=90^\circ$ ， $\angle BCF=26.5^\circ$ ，

$\therefore CF=\frac{BF}{\tan 26.5^\circ}\approx \frac{94.64}{0.50}=189.28$6 分

$\therefore AB=EF=CF-CE=189.28-94.64=94.64\approx 94.6$ （米）.7 分

答：“大帆船” AB 的长度约为 94.6 米.8 分



（第 20 题解图）

21. 解：（1）设 A 种树木每棵 x 元，B 种树木每棵 y 元.

由题意，得 $\begin{cases} 2x+5y=600, \\ 3x+y=380. \end{cases}$ 2 分

解得 $\begin{cases} x=100, \\ y=80. \end{cases}$ 3 分

答：A 种树木每棵 100 元，B 种树木每棵 80 元.4 分

（2）设购买 A 种树木为 a 棵，则购买 B 种树木为 $(100-a)$ 棵.5 分

由题意，得 $a\geq 3(100-a)$ ，解得 $a\geq 75$6 分

设实际所花费用是 w 元.由题意，得 $w=0.9[100a+80(100-a)]$ ，即 $w=18a+7200$7 分

$\because 18>0$,

\therefore 当 $a=75$ 时， w 有最小值， $w_{\text{最小}}=18\times 75+7200=8550$ （元）.8 分

$100-75=25$ （棵）.

答：当购买 A 种树木 75 棵，B 种树木 25 棵时，所需费用最少，最少为 8550 元.9 分

22. 解：（1） $\frac{3}{4}$ $\frac{3}{4}$ 2 分

（2）无变化.3 分

证明： \because 在 $Rt\triangle ABC$ 中， $AC=4$ ， $BC=3$ ， $\angle ACB=90^\circ$ ，

$\therefore AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{4^2+3^2}=5$.

$\because CD\perp AB$ ，

$\therefore \angle BDC=90^\circ$.

$\because \angle BDC=\angle ACB=90^\circ$ ， $\angle B=\angle B$ ，

$\therefore \triangle BDC\sim \triangle BCA$4 分

$$\therefore \frac{BD}{BC} = \frac{CD}{AC} = \frac{BC}{AB}, \text{ 即 } \frac{BD}{3} = \frac{CD}{4} = \frac{3}{5}.$$

$$\therefore BD = \frac{9}{5}, CD = \frac{12}{5}.$$

$$\therefore AD = AB - BD = \frac{16}{5}. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

由旋转可知 $B'D = BD = \frac{9}{5}$, $C'D = CD = \frac{12}{5}$, $\angle B'DC' = \angle BDC = 90^\circ$.

$$\therefore \frac{B'D}{C'D} = \frac{CD}{AD} = \frac{3}{4}.$$

$$\because \angle B'DC' = \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CDB' = \angle ADC'.$$

$$\therefore \triangle CDB' \sim \triangle ADC'. \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\therefore \frac{B'C}{AC'} = \frac{CD}{AD} = \frac{3}{4}. \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

(3) 如图, 过点 D 作 $DE \perp AC$ 于 E.

$$\because DC = DC',$$

$$\therefore CE = \frac{1}{2} CC'.$$

$$\because \angle DEC = \angle ADC = 90^\circ, \angle DCE = \angle ACD,$$

$$\therefore \triangle DEC \sim \triangle ADC. \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$\therefore \frac{CE}{CD} = \frac{CD}{AC}, \text{ 即 } \frac{CE}{\frac{12}{5}} = \frac{\frac{12}{5}}{4}.$$

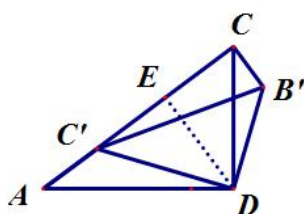
$$\therefore CE = \frac{36}{25}. \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

$$\therefore CC' = 2CE = \frac{72}{25}.$$

$$\therefore AC' = AC - CC' = \frac{28}{25}. \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

$$\therefore \frac{B'C}{AC'} = \frac{3}{4},$$

$$\therefore B'C = \frac{3}{4} AC' = \frac{21}{25}. \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$



(第 22 题解图)

23. 解: (1) \because 抛物线 $y = ax^2 + bx + 6$ 经过 $B(-2, 0)$, $C(6, 0)$,

$$\therefore \begin{cases} 4a - 2b + 6 = 0, \\ 36a + 6b + 6 = 0. \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} a = -\frac{1}{2}, \\ b = 2. \end{cases}$$

∴ 抛物线的函数表达式为 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 6$2 分

∴ 抛物线的对称轴为直线 $x = -\frac{2}{2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)} = 2$3 分

(2) ∵ 抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 6$ 与 y 轴交于点 A ,

∴ 当 $x=0$ 时, $y=6$.

∴ $A(0, 6)$4 分

设直线 AC 的函数表达式为 $y=mx+n$.

把 $A(0, 6)$, $C(6, 0)$ 代入 $y=mx+n$, 得 $\begin{cases} n=6, \\ 6m+n=0. \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} m=-1, \\ n=6. \end{cases}$

∴ 直线 AC 的函数表达式为 $y=-x+6$5 分

当 $x=2$ 时, $y=4$, ∴ $F(2, 4)$.

∵ $E(2, 0)$,

∴ $EF=4$, $OE=2$6 分

在 $Rt\triangle OEF$ 中, $\angle OEF=90^\circ$,

∴ $\tan \angle OFE = \frac{OE}{EF} = \frac{1}{2}$7 分

∴ $\tan \angle OGE = 3 \tan \angle OFE = \frac{3}{2}$8 分

在 $Rt\triangle OGE$ 中, $\angle OEG=90^\circ$,

∴ $\tan \angle OGE = \frac{OE}{EG}$.

∴ $\frac{OE}{EG} = \frac{3}{2}$, 即 $\frac{2}{EG} = \frac{3}{2}$.

∴ $EG = \frac{4}{3}$.

∴ $G(2, \frac{4}{3})$9 分

(3) 点 Q 的坐标为 $(6, 8)$, $(-14, 0)$, $(6, -20)$ 或 $(2, -4)$13 分