

## 试题卷

一. 选择题: 本大题有 10 个小题, 每小题 3 分, 共 30 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1.  $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = ( \quad )$

A.  $\sqrt{5}$

B.  $\sqrt{6}$

C.  $2\sqrt{3}$

D.  $3\sqrt{2}$

2.  $(1+y)(1-y) = ( \quad )$

A.  $1+y^2$

B.  $-1-y^2$

C.  $1-y^2$

D.  $-1+y^2$

3. 已知某快递公司的收费标准为: 寄一件物品不超过 5 千克, 收费 13 元; 超过 5 千克的部分每千克加收 2 元. 圆圆在该快递公司寄一件 8 千克的物品, 需要付费( )

A. 17 元

B. 19 元

C. 21 元

D. 23 元

4. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ , 设  $\angle A, \angle B, \angle C$  所对的边分别为  $a, b, c$ , 则( )

A.  $c = b \sin B$

B.  $b = c \sin B$

C.  $a = b \tan B$

D.  $b = c \tan B$

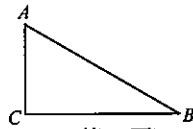
5. 若  $a > b$ , 则( )

A.  $a-1 \geq b$

B.  $b+1 \geq a$

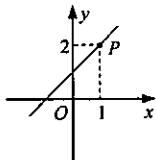
C.  $a+1 > b-1$

D.  $a-1 > b+1$

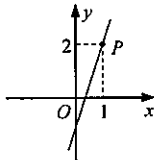


(第 4 题)

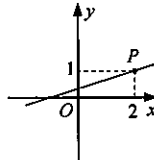
6. 在平面直角坐标系中, 已知函数  $y = ax + a (a \neq 0)$  的图象经过点  $P(1, 2)$ , 则该函数的图象可能是( )



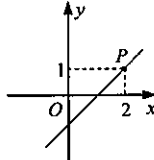
A.



B.



C.



D.

7. 在某次演讲比赛中, 五位评委给选手圆圆打分, 得到互不相等的五个分数. 若去掉一个最高分, 平均分为  $x$ ; 去掉一个最低分, 平均分为  $y$ ; 同时去掉一个最高分和一个最低分, 平均分为  $z$ , 则( )

A.  $y > z > x$

B.  $x > z > y$

C.  $y > x > z$

D.  $z > y > x$

8. 设函数  $y = a(x-h)^2 + k (a, h, k \text{ 是实数}, a \neq 0)$ , 当  $x=1$  时,  $y=1$ ; 当  $x=8$  时,  $y=8$ , ( )

A. 若  $h=4$ , 则  $a < 0$

B. 若  $h=5$ , 则  $a > 0$

C. 若  $h=6$ , 则  $a < 0$

D. 若  $h=7$ , 则  $a > 0$

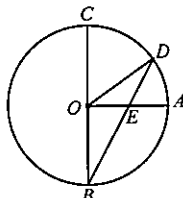
9. 如图, 已知  $BC$  是  $\odot O$  的直径, 半径  $OA \perp BC$ , 点  $D$  在劣弧  $AC$  上 (不与点  $A$ , 点  $C$  重合),  $BD$  与  $OA$  交于点  $E$ . 设  $\angle AED = \alpha$ ,  $\angle AOD = \beta$ , 则( )

A.  $3\alpha + \beta = 180^\circ$

B.  $2\alpha + \beta = 180^\circ$

C.  $3\alpha - \beta = 90^\circ$

D.  $2\alpha - \beta = 90^\circ$



(第 9 题)

10. 在平面直角坐标系中, 已知函数  $y_1 = x^2 + ax + 1$ ,  $y_2 = x^2 + bx + 2$ ,  $y_3 = x^2 + cx + 4$ , 其中  $a, b, c$  是正实数, 且满足  $b^2 = ac$ . 设函数  $y_1, y_2, y_3$  的图象与  $x$  轴的交点个数分别为  $M_1, M_2, M_3$ , ( )

A. 若  $M_1 = 2, M_2 = 2$ , 则  $M_3 = 0$

B. 若  $M_1 = 1, M_2 = 0$ , 则  $M_3 = 0$

C. 若  $M_1 = 0, M_2 = 2$ , 则  $M_3 = 0$

D. 若  $M_1 = 0, M_2 = 0$ , 则  $M_3 = 0$

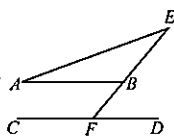
二. 填空题: 本大题有 6 个小题, 每小题 4 分, 共 24 分.

11. 若分式  $\frac{1}{x+1}$  的值等于 1, 则  $x = \underline{\hspace{2cm}}$ .

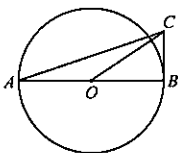
12. 如图,  $AB \parallel CD$ ,  $EF$  分别与  $AB, CD$  交于点  $B, F$ . 若  $\angle E = 30^\circ$ ,  $\angle EFC = 130^\circ$ , 则  $\angle A = \underline{\hspace{2cm}}$ .

13. 设  $M = x + y$ ,  $N = x - y$ ,  $P = xy$ . 若  $M = 1$ ,  $N = 2$ , 则  $P = \underline{\hspace{2cm}}$ .

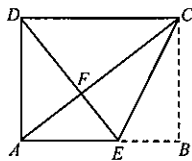
14. 如图, 已知  $AB$  是  $\odot O$  的直径,  $BC$  与  $\odot O$  相切于点  $B$ , 连接  $AC, OC$ . 若  $\sin \angle BAC = \frac{1}{3}$ , 则  $\tan \angle BOC = \underline{\hspace{2cm}}$ .



(第 12 题)



(第 14 题)



(第 16 题)

15. 一个仅装有球的不透明布袋里共有 4 个球(只有编号不同), 编号分别为 1, 2, 3, 5. 从中任意摸出一个球, 记下编号后放回, 搅匀, 再任意摸出一个球, 则两次摸出的球的编号之和为偶数的概率是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

16. 如图是一张矩形纸片, 点  $E$  在  $AB$  边上, 把  $\triangle BCE$  沿直线  $CE$  对折, 使点  $B$  落在对角线  $AC$  上的点  $F$  处, 连接  $DF$ . 若点  $E, F, D$  在同一条直线上,  $AE = 2$ , 则  $DF = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $BE = \underline{\hspace{2cm}}$ .

三. 解答题: 本大题有 7 个小题, 共 66 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本题满分 6 分)

以下是圆圆解方程  $\frac{x+1}{2} - \frac{x-3}{3} = 1$  的解答过程.

解: 去分母, 得  $3(x+1) - 2(x-3) = 1$ .

去括号, 得  $3x+1-2x+3=1$ .

移项, 合并同类项, 得  $x = -3$ .

圆圆的解答过程是否有错误? 如果有错误, 写出正确的解答过程.

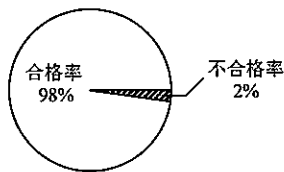
18. (本题满分 8 分)

某工厂生产某种产品, 3 月份的产量为 5000 件, 4 月份的产量为 10000 件. 用简单随机抽样的方法分别抽取这两个月生产的该产品若干件进行检测, 并将检测结果分别绘制成如图所示的扇形统计图和频数直方图(每组不含前一个边界值, 含后一个边界值). 已知检测综合得分大于 70 分的产品为合格产品.

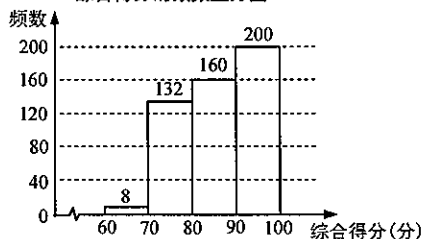
(1) 求 4 月份生产的该产品抽样检测的合格率.

(2) 在 3 月份和 4 月份生产的产品中, 估计哪个月的不合格件数多? 为什么?

某工厂 3 月份生产的某种产品检测  
情况的扇形统计图



某工厂 4 月份生产的某种产品检测  
综合得分的频数直方图



(第 18 题)

19. (本题满分 8 分)

如图, 在  $\triangle ABC$  中, 点  $D, E, F$  分别在  $AB, BC, AC$  边上,  $DE \parallel AC$ ,  $EF \parallel AB$ .

(1) 求证:  $\triangle BDE \sim \triangle EFC$ .

(2) 设  $\frac{AF}{FC} = \frac{1}{2}$ ,

① 若  $BC = 12$ , 求线段  $BE$  的长.

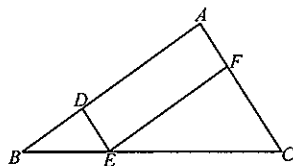
② 若  $\triangle EFC$  的面积是 20, 求  $\triangle ABC$  的面积.

20. (本题满分 10 分)

设函数  $y_1 = \frac{k}{x}$ ,  $y_2 = -\frac{k}{x}$  ( $k > 0$ ).

(1) 当  $2 \leq x \leq 3$  时, 函数  $y_1$  的最大值是  $a$ , 函数  $y_2$  的最小值是  $a-4$ , 求  $a$  和  $k$  的值.

(2) 设  $m \neq 0$ , 且  $m \neq -1$ , 当  $x = m$  时,  $y_1 = p$ ; 当  $x = m+1$  时,  $y_1 = q$ . 圆圆说: “ $p$  一定大于  $q$ ”. 你认为圆圆的说法正确吗? 为什么?



(第 19 题)

21. (本题满分 10 分)

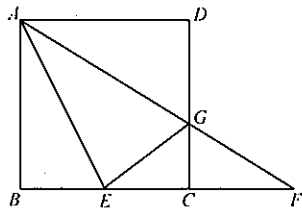
如图,在正方形  $ABCD$  中,点  $E$  在  $BC$  边上,连接  $AE$ ,  $\angle DAE$  的平分线  $AG$  与  $CD$  边交于点  $G$ ,与  $BC$  的延长线交于点  $F$ . 设  $\frac{CE}{EB} = \lambda (\lambda > 0)$ .

(1) 若  $AB=2, \lambda=1$ , 求线段  $CF$  的长.

(2) 连接  $EG$ , 若  $EG \perp AF$ ,

① 求证: 点  $G$  为  $CD$  边的中点.

② 求  $\lambda$  的值.



(第 21 题)

22. (本题满分 12 分)

在平面直角坐标系中, 设二次函数  $y_1 = x^2 + bx + a$ ,  $y_2 = ax^2 + bx + 1$  ( $a, b$  是实数,  $a \neq 0$ ).

(1) 若函数  $y_1$  的对称轴为直线  $x=3$ , 且函数  $y_1$  的图象经过点  $(a, b)$ , 求函数  $y_1$  的表达式.

(2) 若函数  $y_1$  的图象经过点  $(r, 0)$ , 其中  $r \neq 0$ , 求证: 函数  $y_2$  的图象经过点  $(\frac{1}{r}, 0)$ .

(3) 设函数  $y_1$  和函数  $y_2$  的最小值分别为  $m$  和  $n$ , 若  $m+n=0$ , 求  $m, n$  的值.

23. (本题满分 12 分)

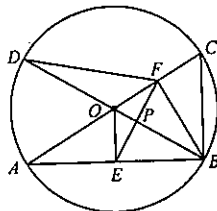
如图, 已知  $AC, BD$  为  $\odot O$  的两条直径, 连接  $AB, BC$ ,  $OE \perp AB$  于点  $E$ , 点  $F$  是半径  $OC$  的中点, 连接  $EF$ .

(1) 设  $\odot O$  的半径为 1, 若  $\angle BAC = 30^\circ$ , 求线段  $EF$  的长.

(2) 连接  $BF, DF$ , 设  $OB$  与  $EF$  交于点  $P$ ,

① 求证:  $PE = PF$ .

② 若  $DF = EF$ , 求  $\angle BAC$  的度数.



(第 23 题)

# 数学参考答案

一. 选择题: 本大题有 10 个小题, 每小题 3 分, 共 30 分.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	B	C	B	B	C	A	A	C	D	B

二. 填空题: 本大题有 6 个小题, 每小题 4 分, 共 24 分.

11. 0      12.  $20^\circ$       13.  $-\frac{3}{4}$       14.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       15.  $\frac{5}{8}$       16.  $2, \sqrt{5}-1$

三. 解答题: 本大题有 7 个小题, 共 66 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本题满分 6 分)

解: 圆圆的解答过程有错误.

正确的解答过程如下:

$$3(x+1)-2(x-3)=6, \quad 3x+3-2x+6=6, \quad x=-3.$$

所以  $x=-3$  是原方程的解.

18. (本题满分 8 分)

解: (1) 因为  $(132+160+200) \div (8+132+160+200) \times 100\% = 98.4\%$ .

所以 4 月份生产的该产品抽样检测的合格率是 98.4%.

(2) 3 月份生产的产品中, 不合格的件数是  $5000 \times 2\% = 100$ ,

4 月份生产的产品中,不合格的件数是  $10000 \times (1 - 98.4\%) = 160$ .

因为  $100 < 160$ , 所以估计 4 月份生产的产品中不合格的件数多.

19. (本题满分 8 分)

解: (1) 因为  $DE \parallel AC$ , 所以  $\angle BED = \angle C$ ,

又因为  $EF \parallel AB$ , 所以  $\angle B = \angle FEC$ , 所以  $\triangle BDE \sim \triangle EFC$ .

(2) ① 因为  $EF \parallel AB$ , 所以  $\frac{BE}{EC} = \frac{AF}{FC} = \frac{1}{2}$ .

因为  $BC = 12$ , 所以  $\frac{BE}{12 - BE} = \frac{1}{2}$ , 所以  $BE = 4$ .

② 因为  $EF \parallel AB$ , 所以  $\triangle EFC \sim \triangle BAC$ . 因为  $\frac{BE}{EC} = \frac{1}{2}$ , 所以  $\frac{EC}{BC} = \frac{2}{3}$ .

设  $\triangle EFC$  的面积为  $S_1$ ,  $\triangle ABC$  的面积为  $S$ ,

所以  $\frac{S_1}{S} = \frac{4}{9}$ .

因为  $S_1 = 20$ , 所以  $S = 45$ . 所以  $\triangle ABC$  的面积是 45.

20. (本题满分 10 分)

解: (1) 因为  $k > 0, x > 0$ , 所以  $y_1$  随  $x$  的增大而减小,

所以当  $x = 2$  时,  $y_1 = a$ , 即  $k = 2a$ . ①

又因为  $-k < 0, x > 0$ , 所以  $y_2$  随  $x$  的增大而增大,

所以当  $x = 2$  时,  $y_2 = a - 4$ , 即  $-k = 2a - 8$ . ②

由 ①, ② 得  $a = 2, k = 4$ .

(2) 圆圆的说法不正确.

取  $m = m_0$ , 满足  $-1 < m_0 < 0$ , 则  $m_0 < 0, m_0 + 1 > 0$ .

所以当  $x = m_0$  时,  $p = y_1 = \frac{k}{m_0} < 0$ ;

当  $x = m_0 + 1$  时,  $q = y_1 = \frac{k}{m_0 + 1} > 0$ .

此时  $p < 0 < q$ , 所以圆圆的说法不正确.

21. (本题满分 10 分)

解: (1) 因为在正方形  $ABCD$  中,  $AD \parallel BC$ , 所以  $\angle DAF = \angle F$ ,

又因为  $AG$  平分  $\angle DAE$ , 所以  $\angle DAF = \angle EAF$ ,

所以  $\angle EAF = \angle F$ . 所以  $EA = EF$ .

因为  $\lambda = 1, AB = BC = 2$ , 所以  $BE = EC = 1$ . 在  $\text{Rt}\triangle ABE$  中, 由勾股定理, 得  $EA = \sqrt{5}$ .

所以  $CF = EF - EC = \sqrt{5} - 1$ .

(2) ① 因为  $EA = EF, EG \perp AF$ , 所以  $AG = GF$ .

又因为  $\angle AGD = \angle FGC, \angle DAG = \angle F$ , 所以  $\triangle DAG \cong \triangle CFG$ .

所以  $DG = CG$ , 所以点  $G$  为  $CD$  边的中点.

② 不妨设  $CD = 2$ , 则  $CG = 1$ .

由 ① 知  $CF = AD = 2$ .

由题意, 知  $\triangle EGC \sim \triangle GFC$ , 所以  $\frac{EC}{CG} = \frac{CG}{CF} = \frac{1}{2}$ ,

所以  $EC = \frac{1}{2}$ , 所以  $BE = \frac{3}{2}$ , 所以  $\lambda = \frac{CE}{EB} = \frac{1}{3}$ .

22. (本题满分 12 分)

解: (1) 由题意, 得  $-\frac{b}{2} = 3$ , 所以  $b = -6$ ,

又因为函数  $y_1$  的图象经过点  $(a, b)$ , 所以  $a^2 - 6a + a = -6$ , 解得  $a = 2$  或  $a = 3$ .

所以  $y_1 = x^2 - 6x + 2$  或  $y_1 = x^2 - 6x + 3$ .

(2) 因为函数  $y_1$  的图象经过点  $(r, 0)$ , 所以  $r^2 + br + a = 0$ ,

因为  $r \neq 0$ , 两边同除以  $r^2$ , 得  $1 + \frac{b}{r} + \frac{a}{r^2} = 0$ , 即  $a(\frac{1}{r})^2 + b \cdot \frac{1}{r} + 1 = 0$ ,

所以  $\frac{1}{r}$  是方程  $ax^2 + bx + 1 = 0$  的一个实数根, 即函数  $y_2$  的图象经过点  $(\frac{1}{r}, 0)$ .

(3) 由题意, 得  $a > 0, m = \frac{4a - b^2}{4}, n = \frac{4a - b^2}{4a}$ .

因为  $m + n = 0$ , 所以  $\frac{4a - b^2}{4} + \frac{4a - b^2}{4a} = 0$ .

所以  $(4a - b^2)(a + 1) = 0$ ,

因为  $a + 1 \neq 0$ , 所以  $4a - b^2 = 0$ ,

所以  $m = 0, n = 0$ .

23. (本题满分 12 分)

解: (1) 因为  $OE \perp AB$ ,  $\angle BAC = 30^\circ$ ,  $OA = 1$ ,

$$\text{所以 } \angle AOE = 60^\circ, OE = \frac{1}{2}OA = \frac{1}{2}, AE = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

又因为点  $F$  是半径  $OC$  的中点, 所以  $OF = \frac{1}{2}OC = \frac{1}{2}$ ,

所以  $OE = OF$ . 所以  $\angle OFE = \frac{1}{2}\angle AOE = 30^\circ$ , 所以  $\angle BAC = \angle OFE$ ,

所以  $EF = AE$ . 所以  $EF = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

(2) 作  $FG \perp AB$  于点  $G$ , 与  $BO$  交于点  $H$ , 连接  $EH$ .

① 因为  $AC$  为  $\odot O$  的直径, 所以  $\angle ABC = 90^\circ$ ,

所以  $FG \parallel BC$ . 所以  $\triangle OFH \sim \triangle OCB$ ,

$$\text{所以 } \frac{FH}{BC} = \frac{OF}{OC} = \frac{1}{2}, \quad \text{同理 } \frac{OE}{BC} = \frac{1}{2},$$

所以  $FH = OE$ .

又因为  $FH \parallel OE$ , 所以四边形  $OEHF$  是平行四边形.

所以  $PE = PF$ .

② 因为  $OE \parallel FG \parallel BC$ ,

$$\text{所以 } \frac{EG}{GB} = \frac{OF}{FC} = 1,$$

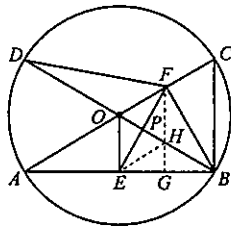
所以  $EG = GB$ ,

所以  $EF = BF$ .

因为  $DF = EF$ , 所以  $DF = BF$ .

因为  $DO = BO$ , 所以  $FO \perp BD$ ,

所以  $\triangle AOB$  是等腰直角三角形, 所以  $\angle BAC = 45^\circ$ .



(第 23 题)