

浙江省 2021 年初中学业水平考试(湖州市)

数学试题卷

友情提示:

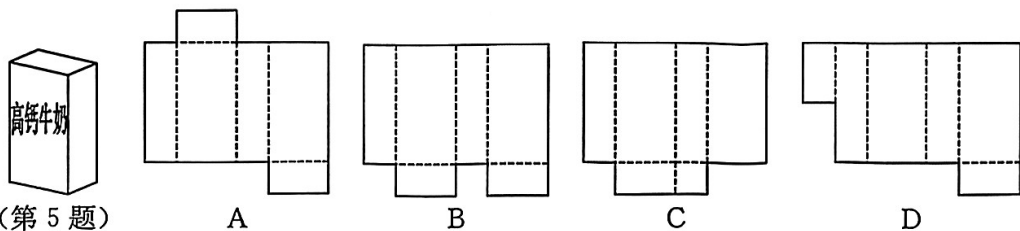
1. 全卷分卷 I 与卷 II 两部分, 考试时间为 120 分钟, 试卷满分为 120 分.
2. 试题卷中所有试题的答案填涂或书写在答题卷的相应位置, 写在试题卷上无效.
3. 请仔细审题, 细心答题, 相信你一定会有出色的表现!
4. 参考公式: 抛物线 $y=ax^2+bx+c(a \neq 0)$ 的顶点坐标是 $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$.

卷 I

一、选择题(本题有 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

下面每小题给出的四个选项中, 只有一个是正确的. 请选出各题中一个最符合题意的选项, 并在答题卷上将相应题次中对应字母的方框涂黑, 不选、多选、错选均不给分.

1. 实数 -2 的绝对值是
A. -2 B. 2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$
2. 化简 $\sqrt{8}$ 的正确结果是
A. 4 B. ± 4 C. $2\sqrt{2}$ D. $\pm 2\sqrt{2}$
3. 不等式 $3x-1>5$ 的解集是
A. $x>2$ B. $x<2$ C. $x>\frac{4}{3}$ D. $x<\frac{4}{3}$
4. 下列事件中, 属于不可能事件的是
A. 经过红绿灯路口, 遇到绿灯
B. 射击运动员射击一次, 命中靶心
C. 班里的两名同学, 他们的生日是同一天
D. 从一个只装有白球和红球的袋中摸球, 摸出黄球
5. 将如图所示的长方体牛奶包装盒沿某些棱剪开, 且使六个面连在一起, 然后铺平, 则得到的图形可能是



(第 5 题)

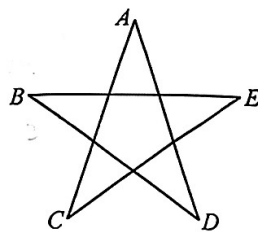
A

B

C

D

13. 某商场举办有奖销售活动, 每张奖券被抽中的可能性相同. 若以每 1000 张奖券为一个开奖单位, 设 5 个一等奖, 15 个二等奖, 不设其他奖项, 则只抽 1 张奖券恰好中奖的概率是 .

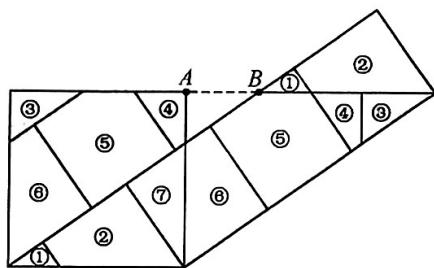


(第 14 题)

14. 为庆祝中国共产党建党 100 周年, 某校用红色灯带制作了一个如图所示的正五角星 (A, B, C, D, E 是正五边形的五个顶点), 则图中 $\angle A$ 的度数是 度.

15. 已知在平面直角坐标系 xOy 中, 点 A 的坐标为 $(3, 4)$, M 是抛物线 $y = ax^2 + bx + 2$ ($a \neq 0$) 对称轴上的一个动点. 小明经探究发现: 当 $\frac{b}{a}$ 的值确定时, 抛物线的对称轴上能使 $\triangle AOM$ 为直角三角形的点 M 的个数也随之确定. 若抛物线 $y = ax^2 + bx + 2$ ($a \neq 0$) 的对称轴上存在 3 个不同的点 M , 使 $\triangle AOM$ 为直角三角形, 则 $\frac{b}{a}$ 的值是 .

16. 由沈康身教授所著, 数学家吴文俊作序的《数学的魅力》一书中记载了这样一个故事: 如图, 三姐妹为了平分一块边长为 1 的祖传正方形地毯, 先将地毯分割成七块, 再拼成三个小正方形 (阴影部分). 则图中 AB 的长应是 .



(第 16 题)

三、解答题 (本题有 8 小题, 共 66 分)

17. (本小题 6 分)

计算: $x(x+2) + (1+x)(1-x)$.

18. (本小题 6 分)

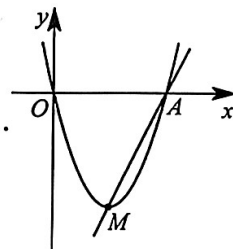
解分式方程: $\frac{2x-1}{x+3} = 1$.

19. (本小题 6 分)

如图, 已知经过原点的抛物线 $y = 2x^2 + mx$ 与 x 轴交于另一点 $A(2, 0)$.

(1) 求 m 的值和抛物线顶点 M 的坐标;

(2) 求直线 AM 的解析式.



(第 19 题)

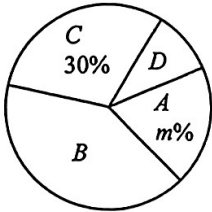
20. (本小题 8 分)

为了更好地了解党的历史,宣传党的知识,传颂英雄事迹,某校团委组建了:A. 党史宣讲;B. 歌曲演唱;C. 校刊编撰;D. 诗歌创作等四个小组,团支部将各组人数情况制成了如下统计图表(不完整).

各组参加人数情况统计表

小组类别	A	B	C	D
人数(人)	10	a	15	5

各组参加人数情况的扇形统计图



(第 20 题)

根据统计图表中的信息,解答下列问题:

- (1)求 a 和 m 的值;
- (2)求扇形统计图中 D 所对应的圆心角度数;
- (3)若在某一周各小组平均每人参与活动的时间如下表所示:

小组类别	A	B	C	D
平均用时(小时)	2.5	3	2	3

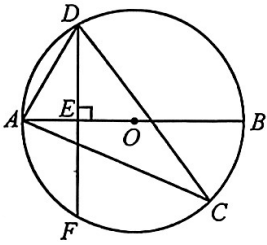
求这一周四个小组所有成员平均每人参与活动的时间.

21. (本小题 8 分)

如图,已知 AB 是 $\odot O$ 的直径, $\angle ACD$ 是 AD 所对的圆周角, $\angle ACD = 30^\circ$.

- (1)求 $\angle DAB$ 的度数;
- (2)过点 D 作 $DE \perp AB$,垂足为 E , DE 的延长线交 $\odot O$ 于点 F .

若 $AB = 4$,求 DF 的长.



(第 21 题)

22. (本小题 10 分)

今年以来,我市接待的游客人数逐月增加,据统计,游玩某景区的游客人数三月份为 4 万人,五月份为 5.76 万人.

(1)求四月和五月这两个月中,该景区游客人数平均每月增长百分之几;

(2)若该景区仅有 A,B 两个景点,售票处出示的三种购票方式如下表所示:

购票方式	甲	乙	丙
可游玩景点	A	B	A 和 B
门票价格	100 元/人	80 元/人	160 元/人

据预测,六月份选择甲、乙、丙三种购票方式的人数分别有 2 万、3 万和 2 万.并且当甲、乙两种门票价格不变时,丙种门票价格每下降 1 元,将有 600 人原计划购买甲种门票的游客和 400 人原计划购买乙种门票的游客改为购买丙种门票.

①若丙种门票价格下降 10 元,求景区六月份的门票总收入;

②问:将丙种门票价格下降多少元时,景区六月份的门票总收入有最大值? 最大值是多少万元?

23. (本小题 10 分)

已知在 $\triangle ACD$ 中, P 是 CD 的中点, B 是 AD 延长线上的一点, 连结 BC, AP .

(1)如图 1,若 $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle CAD = 60^\circ$, $BD = AC$, $AP = \sqrt{3}$, 求 BC 的长.

(2)过点 D 作 $DE \parallel AC$, 交 AP 延长线于点 E , 如图 2 所示. 若 $\angle CAD = 60^\circ$, $BD = AC$, 求证: $BC = 2AP$.

(3)如图 3,若 $\angle CAD = 45^\circ$, 是否存在实数 m , 当 $BD = mAC$ 时, $BC = 2AP$? 若存在, 请直接写出 m 的值; 若不存在, 请说明理由.

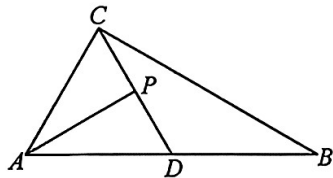


图 1

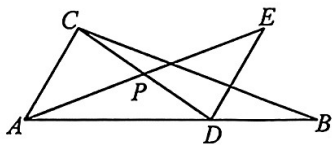


图 2

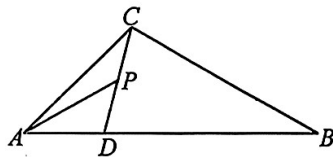


图 3

(第 23 题)

24. (本小题 12 分)

已知在平面直角坐标系 xOy 中, 点 A 是反比例函数 $y = \frac{1}{x} (x > 0)$ 图象上的一个动点, 连结 AO , AO 的延长线交反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0, x < 0)$ 的图象于点 B , 过点 A 作 $AE \perp y$ 轴于点 E .

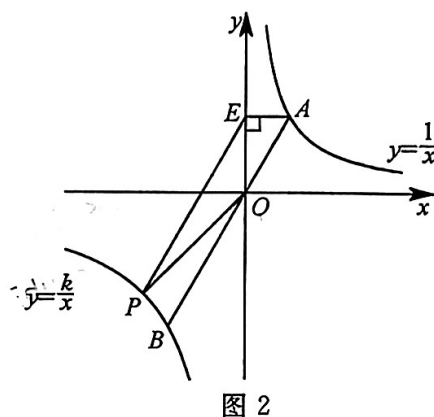
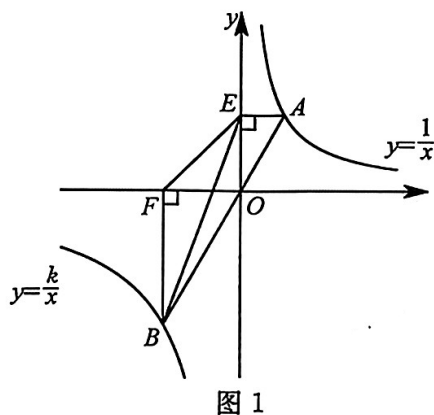
(1) 如图 1, 过点 B 作 $BF \perp x$ 轴于点 F , 连结 EF .

① 若 $k=1$, 求证: 四边形 $AEFO$ 是平行四边形;

② 连结 BE , 若 $k=4$, 求 $\triangle BOE$ 的面积.

(2) 如图 2, 过点 E 作 $EP \parallel AB$, 交反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0, x < 0)$ 的图象于点 P , 连结 OP .

试探究: 对于确定的实数 k , 动点 A 在运动过程中, $\triangle POE$ 的面积是否会发生变化? 请说明理由.



(第 24 题)

浙江省 2021 年初中学业水平考试(湖州市)

数学参考答案及评分标准

一、选择题(每小题 3 分,共 30 分)

题 号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答 案	B	C	A	D	A	C	C	D	B	A

二、填空题(每小题 4 分,共 24 分)

11. 1 12. $\frac{1}{2}$ 13. $\frac{1}{50}$
14. 36 15. 2 或 -8 16. $\sqrt{2}-1$

三、解答题(共 66 分)

17. (本小题 6 分)

解 原式 $= x^2 + 2x + 1 - x^2$ 4 分

$= 2x + 1.$ 2 分

18. (本小题 6 分)

解 $2x - 1 = x + 3.$ 3 分

$x = 4.$

经检验, $x = 4$ 是原方程的解.3 分

19. (本小题 6 分)

解 (1) \because 抛物线 $y = 2x^2 + mx$ 过点 $A(2, 0)$,

$\therefore 2 \times 2^2 + 2m = 0$, 解得 $m = -4$,1 分

$\therefore y = 2x^2 - 4x$,

$\therefore y = 2(x - 1)^2 - 2$

\therefore 顶点 M 的坐标是 $(1, -2)$2 分

(2) 设直线 AM 的解析式为 $y = kx + b (k \neq 0)$,

\because 图象过 $A(2, 0), M(1, -2)$,

$\therefore \begin{cases} 2k + b = 0 \\ k + b = -2 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} k = 2 \\ b = -4 \end{cases}$,2 分

\therefore 直线 AM 的解析式为 $y = 2x - 4$1 分

20. (本小题 8 分)

解 (1) 由题意可知四个小组所有成员总人数是 $15 \div 30\% = 50$ (人).1 分

$\therefore a = 50 - 10 - 15 - 5 = 20$,1 分

$m\% = 10 \div 50 \times 100\% = 20\%$1 分

$\therefore m = 20$1 分

(2) $\because 5 \div 50 \times 360^\circ = 36^\circ$,

\therefore 扇形统计图中 D 所对应的圆心角度数是 36°2 分

(3) $\because \bar{x} = \frac{1}{50} \times (10 \times 2.5 + 20 \times 3 + 15 \times 2 + 5 \times 3) = 2.6$ (小时),

\therefore 这一周四个小组所有成员平均每人参与活动的时间是 2.6 小时.2 分

21. (本小题 8 分)

解 (1) 连结 BD ,

$$\because \angle ACD = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle B = \angle ACD = 30^\circ,$$

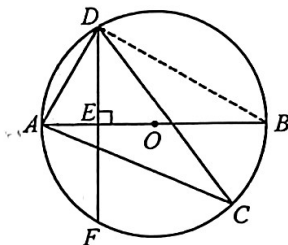
$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore \angle ADB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DAB = 90^\circ - \angle B = 60^\circ.$$

.....2 分

.....2 分



$$(2) \because \angle ADB = 90^\circ, \angle B = 30^\circ, AB = 4,$$

$$\therefore AD = \frac{1}{2} AB = 2,$$

.....1 分

$\because \angle DAB = 60^\circ, DE \perp AB$, 且 AB 是直径,

$$\therefore EF = DE = AD \sin 60^\circ = \sqrt{3},$$

.....2 分

$$\therefore DF = 2DE = 2\sqrt{3}.$$

.....1 分

22. (本小题 10 分)

解 (1) 设四月和五月这两个月中, 该景区游客人数的月平均增长率为 x ,

$$\text{由题意, 得 } 4(1+x)^2 = 5.76$$

.....2 分

$$\text{解这个方程, 得 } x_1 = 0.2, x_2 = -2.2 (\text{舍去})$$

.....1 分

答: 四月和五月这两个月中, 该景区游客人数平均每月增长 20%.

(2) ① 由题意, 得

$$100 \times (2 - 10 \times 0.06) + 80 \times (3 - 10 \times 0.04) + (160 - 10) \times (2 + 10 \times 0.06 + 10 \times 0.04)$$

.....2 分

$$= 798 (\text{万元})$$

.....1 分

答: 景区六月份的门票总收入为 798 万元.

② 设丙种门票价格降低 m 元, 景区六月份的门票总收入为 W 万元,

由题意, 得

$$W = 100(2 - 0.06m) + 80(3 - 0.04m) + (160 - m)(2 + 0.06m + 0.04m)$$

$$\text{化简, 得 } W = -0.1(m - 24)^2 + 817.6,$$

.....2 分

$$\because -0.1 < 0,$$

\therefore 当 $m = 24$ 时, W 取最大值, 为 817.6 万元.

.....2 分

答: 当丙种门票价格降低 24 元时, 景区六月份的门票总收入有最大值, 为 817.6 万元.

23. (本小题 10 分)

(1) 解 $\because \angle ACB = 90^\circ, \angle CAD = 60^\circ,$

$$\therefore AB = \frac{AC}{\cos 60^\circ} = 2AC,$$

$$\because BD = AC,$$

$$\therefore AD = AC,$$

$\therefore \triangle ADC$ 是等边三角形,

.....2 分

$$\therefore \angle ACD = 60^\circ$$

$\because P$ 是 CD 的中点,

$$\therefore AP \perp CD,$$

在 $Rt\triangle APC$ 中, $AP = \sqrt{3}$,

$$\therefore AC = \frac{AP}{\sin 60^\circ} = 2, \quad \dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\therefore BC = AC \tan 60^\circ = 2\sqrt{3}. \quad \dots\dots 1 \text{ 分}$$

(2) 证明 连结 BE ,

$$\because DE \parallel AC,$$

$$\therefore \angle CAP = \angle DEP,$$

$$\because CP = DP, \angle CPA = \angle DPE,$$

$$\therefore \triangle CPA \cong \triangle DPE (AAS), \quad \dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\therefore AP = EP = \frac{1}{2} AE, DE = AC,$$

$$\because BD = AC,$$

$$\therefore BD = DE,$$

$$\text{又} \because DE \parallel AC,$$

$$\therefore \angle BDE = \angle CAD = 60^\circ,$$

$$\therefore \triangle BDE \text{ 是等边三角形},$$

$$\therefore BD = BE, \angle EBD = 60^\circ$$

$$\because BD = AC,$$

$$\therefore AC = BE,$$

$$\text{又} \because \angle CAB = \angle EBA = 60^\circ, AB = BA,$$

$$\therefore \triangle CAB \cong \triangle EBA (SAS), \quad \dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\therefore AE = BC,$$

$$\therefore BC = 2AP. \quad \dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$(3) \text{ 存在这样的 } m, m = \sqrt{2}. \quad \dots\dots 2 \text{ 分}$$

24. (本小题 12 分)

(1) ① 证明 设点 A 的坐标为 $(a, \frac{1}{a})$,

则当 $k=1$ 时, 点 B 的坐标为 $(-a, -\frac{1}{a})$,

$$\therefore AE = OF = a, \quad \dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\because AE \perp y \text{ 轴},$$

$$\therefore AE \parallel OF,$$

$$\therefore \text{四边形 } AEFO \text{ 是平行四边形}. \quad \dots\dots 2 \text{ 分}$$

