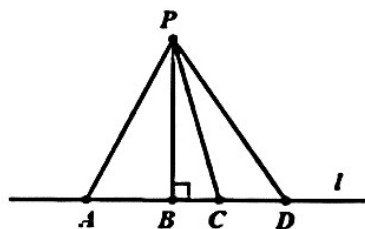


# 2022 中考专题 7——最值问题之垂线段最短

班级\_\_\_\_\_姓名\_\_\_\_\_.

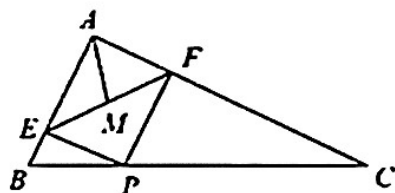
## 【模型解析】



如图，直线  $l$  外一点  $P$  与直线上的点的所有连线段中， $PB$  线段长度最短。

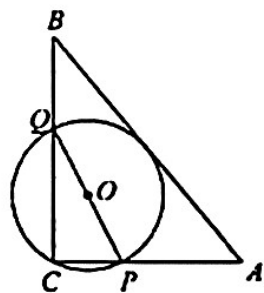
## 【例题分析】

例 1. 如图，在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle BAC=90^\circ$ ， $AB=5$ ， $AC=12$ ， $P$  为边  $BC$  上一动点， $PE \perp AB$  于  $E$ ， $PF \perp AC$  于  $F$ ， $M$  为  $EF$  中点，则  $AM$  的取值范围是\_\_\_\_\_。

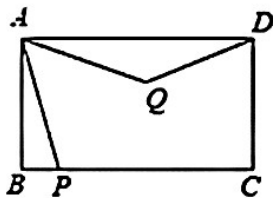


例 2. 已知点  $D$  与点  $A(8, 0)$ ， $B(0, 6)$ ， $C(a, -a)$  是一平行四边形的四个顶点，则  $CD$  长的最小值为\_\_\_\_\_。

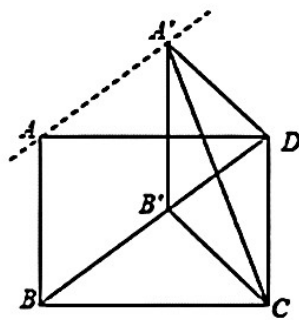
例 3. 如图，在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle C=90^\circ$ ， $AC=6$ ， $BC=8$ ，经过点  $C$  且与边  $AB$  相切的动圆与  $CA$ 、 $CB$  分别相交于点  $P$ 、 $Q$ ，则线段  $PQ$  长度的最小值是\_\_\_\_\_。



例 3 图



第 1 题图



第 2 题图

## 【巩固训练】

1. (2021·泰安) 如图，在矩形  $ABCD$  中， $AB=5$ ， $BC=5\sqrt{3}$ ，点  $P$  在线段  $BC$  上运动 (含  $B$ 、 $C$  两点)，连接  $AP$ ，以点  $A$  为中心，将线段  $AP$  逆时针旋转  $60^\circ$  到  $AQ$ ，连接  $DQ$ ，则线段  $DQ$  的最小值为( )

- A.  $\frac{5}{2}$                       B.  $5\sqrt{2}$                       C.  $\frac{5\sqrt{3}}{3}$                       D. 3

2. (2021·南充) 如图，在矩形  $ABCD$  中， $AB=15$ ， $BC=20$ ，把边  $AB$  沿对角线  $BD$  平移，点  $A'$ 、 $B'$  分别对应点  $A$ 、 $B$  给出下列结论：①顺次连接点  $A'$ 、 $B'$ 、 $C$ 、 $D$  的图形是平行四边形；②点  $C$  到它关于直线  $AA'$  的对称点的距离为 48；③  $A'C - B'C$  的最大值为 15；④  $A'C + B'C$  的最小值为  $9\sqrt{17}$ 。其中正确结论的个数是( )

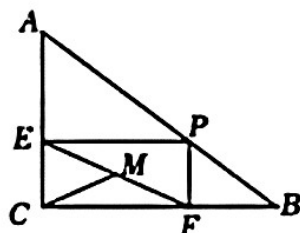
A. 1 个

B. 2 个

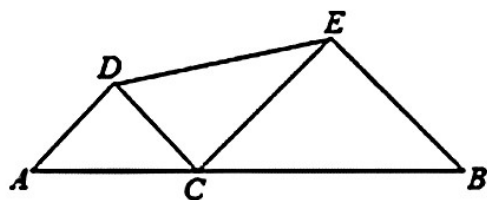
C. 3 个

D. 4 个

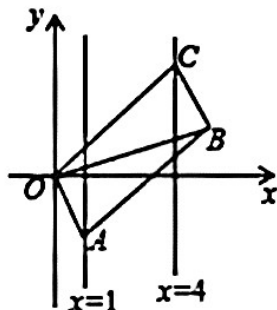
3. 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中,  $AC=3$ ,  $BC=4$ ,  $AB=5$ , 点  $P$  是  $AB$  上(不与  $A$ 、 $B$  重合), 过  $P$  作  $PE \perp AC$ ,  $PF \perp BC$ , 垂足分别是  $E$ 、 $F$ , 连结  $EF$ ,  $M$  为  $EF$  的中点, 则  $CM$  的最小值为\_\_\_\_\_.



第 3 题图



第 4 题图



第 6 题图

4. 如图, 线段  $AB$  的长为 10,  $C$  为  $AB$  上的一个动点, 分别以  $AC$ 、 $BC$  为斜边在  $AB$  的同侧作两个等腰直角 $\triangle ACD$  和  $\triangle BCE$ , 那么  $DE$  长的最小值是\_\_\_\_\_.

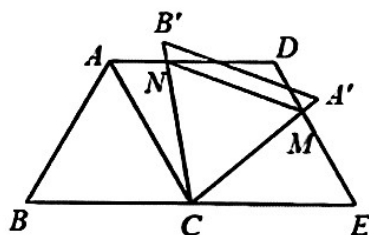
5. 如图, 已知平行四边形  $OACB$  的顶点  $A$ 、 $C$  分别在直线  $x=1$  和  $x=4$  上,  $O$  是坐标原点, 则对角线  $OB$  长的最小值为\_\_\_\_\_.

6. 在平面直角坐标系中, 已知平行四边形  $ABCD$  的点  $A(0, -2)$ 、点  $B(3m, 4m+1)$  ( $m \neq -1$ ), 点  $C(6, 2)$ , 则对角线  $BD$  的最小值是\_\_\_\_\_.

7. 如图, 等边 $\triangle ABC$  的边长是 2cm, 将边  $AC$  沿射线  $BC$  的方向平移 2cm, 得到线段  $DE$ , 连接  $AD$ 、 $CE$ .

(1) 求证: 四边形  $ACED$  是菱形;

(2) 将 $\triangle ABC$  绕点  $C$  旋转, 当  $CA'$  与  $DE$  交于一点  $M$ ,  $CB'$  与  $AD$  交于一点  $N$  时, 点  $M$ 、 $N$  和点  $D$  构成 $\triangle DMN$ , 试探究 $\triangle DMN$  的周长是否存在最小值? 如果存在, 求出该最小值; 如果不存在, 请说明理由.



8. (2011·眉山) 如图, 在直角坐标系中, 已知点  $A(0,1)$ ,  $B(-4,4)$ , 将点  $B$  绕点  $A$  顺时针方向  $90^\circ$  得到点  $C$ ; 顶点在坐标原点的抛物线经过点  $B$ .

(1) 求抛物线的解析式和点  $C$  的坐标;

(2) 抛物线上一动点  $P$ , 设点  $P$  到  $x$  轴的距离为  $d_1$ , 点  $P$  到点  $A$  的距离为  $d_2$ , 试说明  $d_2 = d_1 + 1$ ;

(3) 在 (2) 的条件下, 请探究当点  $P$  位于何处时,  $\triangle PAC$  的周长有最小值, 并求出  $\triangle PAC$  的周长的最小值.

