

数 学 试 卷

2022.05

考
生
须
知

1. 本试卷共 8 页,共两部分,28 道题。满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题卡上准确填写学校名称、姓名和考试号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上,在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上,选择题、作图题用 2B 铅笔作答,其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束,将本试卷和答题卡一并交回。

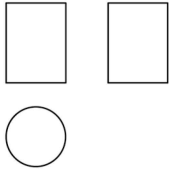
第一部分 选择题

一、选择题(共 16 分,每题 2 分)

第 1-8 题均有四个选项,符合题意的选项只有一个.

1. 右图是某几何体的三视图,该几何体是

- (A) 长方体 (B) 三棱柱
(C) 圆柱 (D) 圆锥

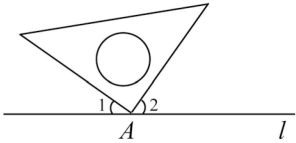


2. 根据国家统计局统计结果,从北京冬奥会申办成功至 2021 年 10 月,全国参与冰雪运动的人数达到 3.46 亿,“带动三亿人参与冰雪运动”的承诺已经实现,这是北京冬奥会最大的遗产成果. 将 346 000 000 用科学记数法表示应为

- (A) 346×10^6 (B) 3.46×10^8 (C) 3.46×10^9 (D) 0.346×10^9

3. 如图,直角三角板的直角顶点 A 在直线 l 上. 如果 $\angle 1 = 35^\circ$,那么 $\angle 2$ 的度数是

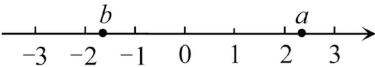
- (A) 55° (B) 45°
(C) 35° (D) 25°



4. 下列图形中,既是中心对称图形也是轴对称图形的是

- (A)  (B)  (C)  (D) 

5. 实数 a, b 在数轴上的对应点的位置如图所示,下列结论中正确的是



- (A) $a + b < 0$ (B) $a - b > 0$ (C) $ab > 0$ (D) $|b| > 2$

6. 不透明的袋子中有 3 个小球,其中有 1 个红球,1 个黄球,1 个绿球,除颜色外 3 个小球无其他差别. 从中随机摸出一个小球,放回并摇匀,再从中随机摸出一个小球,那么两次摸出的小球都是红球的概率是

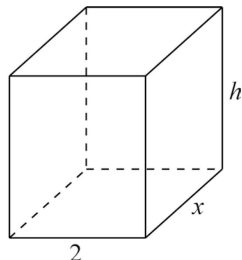
(A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{6}$ (D) $\frac{1}{9}$

7. 如果 $3x - 2y = 0$, 那么代数式 $\left(\frac{x}{y} + 1\right) \cdot \frac{3x}{x+y}$ 的值为

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

8. 如图,长方体的体积是 100 m^3 ,底面一边长为 2 m . 记底面另一边长为 $x \text{ m}$,底面的周长为 $l \text{ m}$,长方体的高为 $h \text{ m}$. 当 x 在一定范围内变化时, l 和 h 都随 x 的变化而变化,则 l 与 x , h 与 x 满足的函数关系分别是

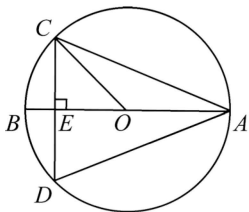
(A) 一次函数关系,二次函数关系
(B) 反比例函数关系,二次函数关系
(C) 反比例函数关系,一次函数关系
(D) 一次函数关系,反比例函数关系



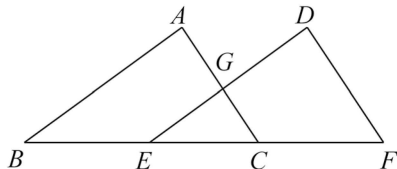
第二部分 非选择题

二、填空题(共 16 分,每题 2 分)

9. 若代数式 $\frac{1}{x-5}$ 有意义,则实数 x 的取值范围是_____.
10. 分解因式: $2m^2 - 8 =$ _____.
11. 写出一个比 3 大且比 5 小的无理数_____.
12. 在平面直角坐标系 xOy 中,直线 $y = x$ 与双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 交于点 $A(2, m)$,则 k 的值是_____.
13. 如图, $\odot O$ 的直径 AB 垂直于弦 CD ,垂足为 E , $\angle CAD = 45^\circ$,则 $\angle BOC =$ _____°.



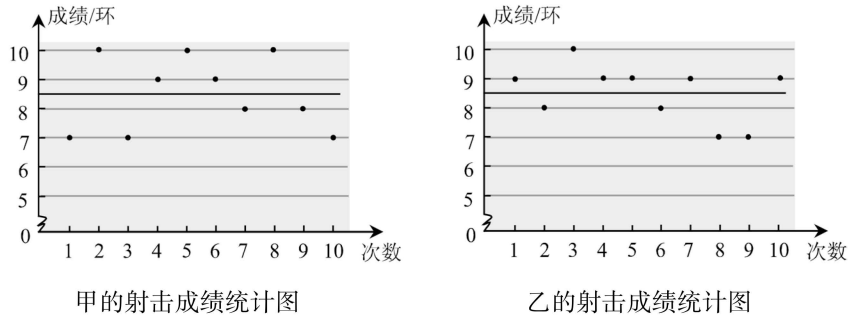
第 13 题图



第 14 题图

14. 如图,点 B, E, C, F 在一条直线上, $BC = EF$, $\angle B = \angle DEF$. 只需添加一个条件即可证明 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$,这个条件可以是_____ (写出一个即可).

15. 如图是甲、乙两名射击运动员 10 次射击训练成绩的统计图,如果甲、乙这 10 次射击成绩的方差分别为 $s_{\text{甲}}^2, s_{\text{乙}}^2$,那么 $s_{\text{甲}}^2$ _____ $s_{\text{乙}}^2$ (填“>”,“<”或“=”).



16. 某工厂有甲、乙、丙、丁、戊五台车床 . 若同时启动其中两台车床,加工 10 000 个 W 型零件所需时间如下表:

车床编号	甲、乙	乙、丙	丙、丁	丁、戊	甲、戊
所需时间(h)	13	9	10	12	8

则加工 W 型零件最快的一台车床的编号是_____.

三、解答题(共 68 分,第 17 – 20 题,每题 5 分,第 21 题 6 分,第 22 题 5 分,第 23 – 24 题,每题 6 分,第 25 题 5 分,第 26 题 6 分,第 27 – 28 题,每题 7 分)
解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

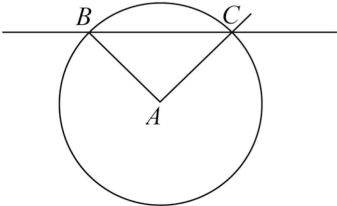
17. 计算: $(\frac{1}{2})^{-1}-2\cos 30^{\circ}+\left|-\sqrt{12}\right|-(3.14-\pi)^0$.

18. 解不等式组: $\begin{cases} 3(x-1)<2x+1, \\ \frac{x-1}{2}\leqslant x+2. \end{cases}$

19. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2-(m+2)x+m+1=0$.
(1)求证: 该方程总有两个实数根;
(2)若该方程的两个实数根互为相反数,求 m 的值 .

20.《周髀算经》中记载了一种确定东南西北方向的方法.大意是:在平地上点 A 处立一根杆,记录日出时杆影子的长度 AB ,并以点 A 为圆心,以 AB 为半径画圆,记录同一天日落时杆影子的痕迹与此圆的交点 C ,那么直线 CB 表示的方向就是东西方向, $\angle BAC$ 的角平分线所在的直线表示的方向就是南北方向.

(1)上述方法中,点 A,B,C 的位置如图所示,使用直尺和圆规,在图中作 $\angle BAC$ 的角平分线 AD (保留作图痕迹);



(2)在上图中,确定了直线 CB 表示的方向为东西方向.根据南北方向与东西方向互相垂直,可以判断直线 AD 表示的方向为南北方向.完成如下证明.

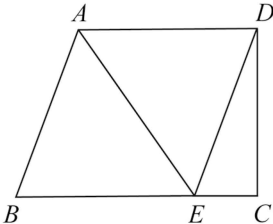
证明: \because 点 B,C 在 $\odot O$ 上,
 $\therefore AB =$ _____ .
 $\therefore \triangle ABC$ 是等腰三角形 .
 $\because AD$ 平分 $\angle BAC$,
 $\therefore AD \perp BC$ (_____) (填推理的依据).
 \because 直线 CB 表示的方向为东西方向 ,
 \therefore 直线 AD 表示的方向为南北方向.

21. 如图,在四边形 $ABCD$ 中, $\angle DCB = 90^\circ, AD \parallel BC$, 点 E 在 BC 上, $AB \parallel DE, AE$ 平分 $\angle BAD$.

(1)求证:四边形 $ABED$ 为菱形;

(2)连接 BD ,交 AE 于点 O . 若 $AE = 6, \sin \angle DBE = \frac{3}{5}$,

求 CD 的长.



22. 在平面直角坐标系 xOy 中, 一次函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的图象由函数 $y = 2x$ 的图象平移得到, 且经过点 $(2, 1)$.

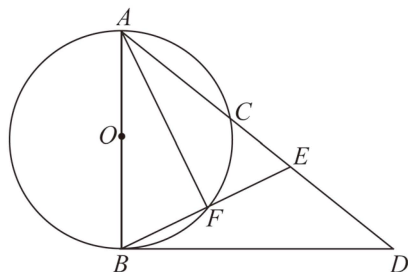
(1) 求这个一次函数的解析式;

(2) 当 $x > 0$ 时, 对于 x 的每一个值, 函数 $y = mx (m \neq 0)$ 的值大于一次函数 $y = kx + b$ 的值, 直接写出 m 的取值范围 .

23. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, C 是 $\odot O$ 上一点, 连接 AC . 过点 B 作 $\odot O$ 的切线, 交 AC 的延长线于点 D , 在 AD 上取一点 E , 使 $AE = AB$, 连接 BE , 交 $\odot O$ 于点 F , 连接 AF .

(1) 求证: $\angle BAF = \angle EBD$;

(2) 过点 E 作 $EG \perp BD$ 于点 G . 如果 $AB = 5$, $BE = 2\sqrt{5}$, 求 EG, BD 的长 .

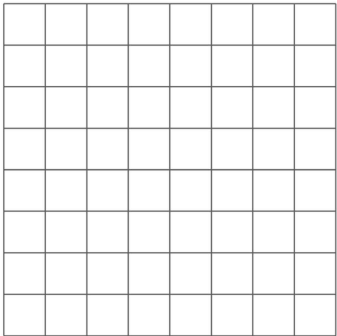


24. 某公园在人工湖里安装一个喷泉, 在湖心处竖直安装一根水管, 在水管的顶端安一个喷水头, 水柱从喷水头喷出到落于湖面的路径形状可以看作是抛物线的一部分. 若记水柱上某一位置与水管的水平距离为 d 米, 与湖面的垂直高度为 h 米. 下面的表中记录了 d 与 h 的五组数据:

d (米)	0	1	2	3	4
h (米)	0.5	1.25	1.5	1.25	0.5

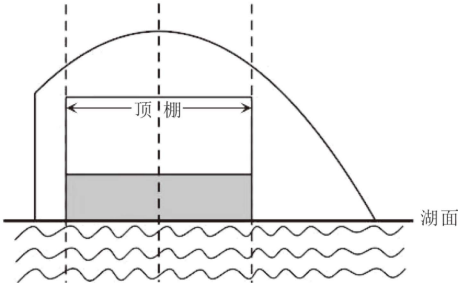
根据上述信息, 解决以下问题:

(1) 在下面网格中建立适当的平面直角坐标系, 并根据表中所给数据画出表示 h 与 d 函数关系的图象;



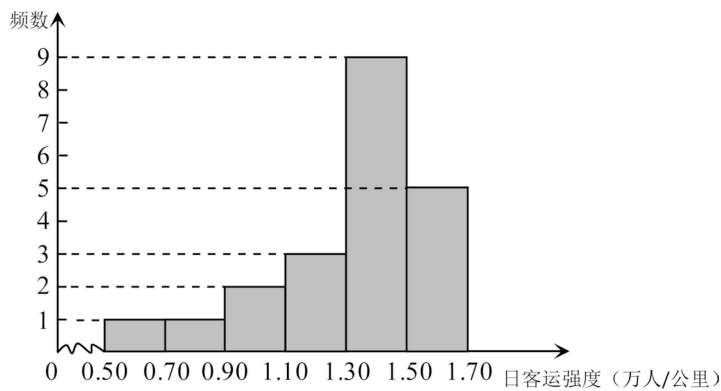
(2) 若水柱最高点距离湖面的高度为 m 米, 则 $m =$ _____;

(3) 现公园想通过喷泉设立新的游玩项目, 准备通过只调节水管露出湖面的高度, 使得游船能从水柱下方通过. 如图所示, 为避免游船被喷泉淋到, 要求游船从水柱下方中间通过时, 顶棚上任意一点到水柱的竖直距离均不小于 0.5 米. 已知游船顶棚宽度为 3 米, 顶棚到湖面的高度为 2 米, 那么公园应将水管露出湖面的高度(喷水头忽略不计) 至少调节到多少米才能符合要求? 请通过计算说明理由(结果保留一位小数).



25. 为了解地铁 14 号线与 7 号线的日客运强度,获得了它们 2022 年 1 月份工作日(共 21 天)日客运强度(单位:万人/公里)的数据,并对数据进行整理、描述和分析.下面给出了部分信息.

a. 地铁 14 号线 2022 年 1 月份工作日日客运强度的数据的频数分布直方图如下(数据分成 6 组: $0.50 \leq x < 0.70$, $0.70 \leq x < 0.90$, $0.90 \leq x < 1.10$, $1.10 \leq x < 1.30$, $1.30 \leq x < 1.50$, $1.50 \leq x \leq 1.70$):



b. 地铁 14 号线 2022 年 1 月份工作日日客运强度的数据在 $1.30 \leq x < 1.50$ 这一组是:

1.37 1.37 1.37 1.38 1.41 1.47 1.48 1.48 1.49

c. 地铁 14 号线与 7 号线 2022 年 1 月份工作日日客运强度的平均数、中位数如下:

	平均数	中位数
地铁 14 号线	1.37	m
地铁 7 号线	1.08	1.1

根据以上信息,回答下列问题:

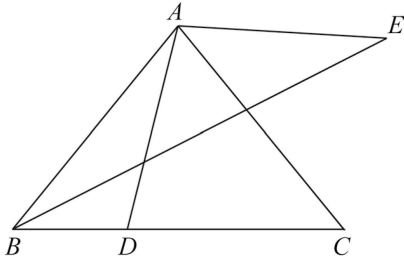
- 写出表中 m 的值;
- 日客运强度反映了地铁的拥挤程度,小明每天上班均需乘坐地铁,可以选择乘坐地铁 14 号线或乘坐地铁 7 号线.请帮助小明选择一种乘坐地铁的方式,并说明理由;
- 2022 年一共有 249 个工作日,请估计 2022 年全年的工作日中,地铁 14 号线日客运强度不低于 1.3 万人/公里的天数(直接写出结果).

26. 在平面直角坐标系 xOy 中,点 $M(2,m)$, $N(4,n)$ 在抛物线 $y = ax^2 + bx(a > 0)$ 上.

- 若 $m = n$,求该抛物线的对称轴;
- 已知点 $P(-1,p)$ 在该抛物线上,设该抛物线的对称轴为 $x = t$.若 $mn < 0$,且 $m < p < n$,求 t 的取值范围.

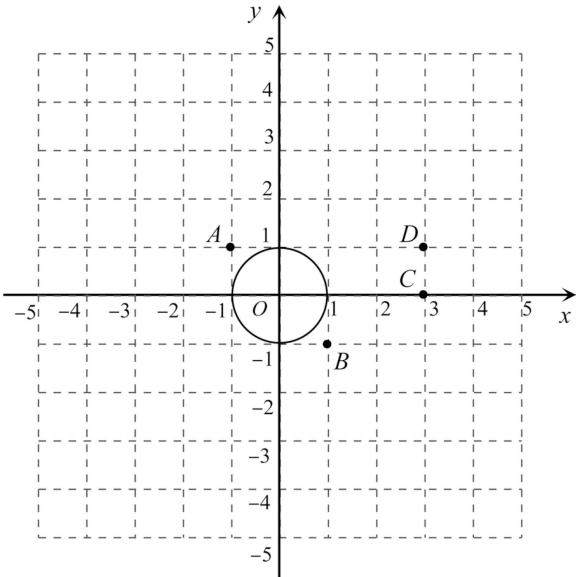
27. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle BAC = \alpha$, 点 D 在边 BC 上(不与点 B, C 重合), 连接 AD , 以点 A 为中心, 将线段 AD 逆时针旋转 $180^\circ - \alpha$ 得到线段 AE , 连接 BE .

- (1) $\angle BAC + \angle DAE =$ _____ $^\circ$;
 (2) 取 CD 中点 F , 连接 AF , 用等式表示线段 AF 与 BE 的数量关系, 并证明.



28. 在平面直角坐标系 xOy 中, $\odot O$ 的半径为 1, $T(0, t)$ 为 y 轴上一点, P 为平面上一点. 给出如下定义: 若在 $\odot O$ 上存在一点 Q , 使得 $\triangle TQP$ 是等腰直角三角形, 且 $\angle TQP = 90^\circ$, 则称点 P 为 $\odot O$ 的“等直点”, $\triangle TQP$ 为 $\odot O$ 的“等直角三角形”.

- (1) 如图, 点 A, B, C, D 的横、纵坐标都是整数.
 ① 当 $t = 2$ 时, 在点 A, B, C, D 中, $\odot O$ 的“等直点”是 _____;
 ② 当 $t = 3$ 时, 若 $\triangle TQP$ 是 $\odot O$ “等直角三角形”, 且点 P, Q 都在第一象限, 求 $\frac{CP}{OQ}$ 的值;



(2) 若直线 $y = x + 3$ 上存在 $\odot O$ 的“等直点”, 直接写出 t 的取值范围.