

2015 年初中毕业生学业考试考前猜题卷

数 学(江苏卷)

本试卷共 6 页. 全卷满分 120 分, 考试时间为 120 分钟.

一、选择题(本大题共 6 小题, 每小题 2 分, 共 12 分. 在每小题所给出的四个选项中, 恰有一项是符合题目要求的)

1. $-\frac{1}{3}$ 的绝对值为

- A. $-\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{3}$ C. -3 D. 3

2. 下列计算正确的是

- A. $a^{3n} \cdot a^m \div a^{m+n} = a^{4n}$ B. $a^{m+n} + a^{m-n} = a^{2m}$
C. $(-a^{2m})^3 = a^{6m}$ D. $(-a^m b^{n-2})^2 = a^{2m} b^{2n-4}$

3. 估计 $\sqrt{89}$ 的大小应该在

- A. $7 \sim 8$ 之间 B. $8 \sim 9$ 之间
C. $9 \sim 9.5$ 之间 D. $9.5 \sim 10$ 之间

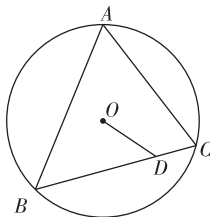
4. 若二次根式 $\sqrt{2x-4}$ 在实数范围内有意义, 则 x 的取值范围为

- A. $x \geq -2$ B. $x > 2$ C. $x \geq 2$ D. $x \leq 2$

5. $\sqrt{12} + \sqrt{\frac{1}{3}} - \sqrt{24} \times \sqrt{\frac{1}{2}} + \frac{1}{1-\sqrt{3}}$ 的值为

- A. $\frac{3+\sqrt{3}}{3}$ B. $-\frac{3+\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{3+\sqrt{3}}{6}$ D. $-\frac{3+\sqrt{3}}{6}$

6. 如图, 锐角三角形 ABC 的外接圆为 $\odot O$, 若 $\angle A = 60^\circ$, $BC = 4\sqrt{3}$, 点 D 在线段 BC 上, 且 $CD = \sqrt{3}$, 则线段 OD 的长为



第 6 题图

- A. $2\sqrt{2}$ B. $\sqrt{7}$ C. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ D. $2\sqrt{3}$

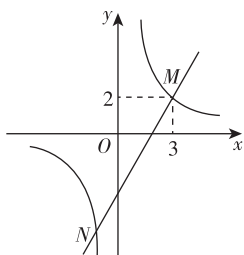
二、填空题(本大题共 10 小题, 每小题 2 分, 共 20 分. 不需写出解答过程)

7. 地球的体积约为 1 080 000 000 000 立方千米, 这个数据用科学记数法表示为 _____ 立方米.

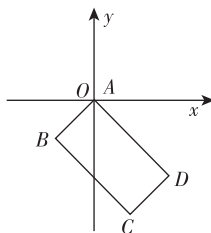
8. 正十边形的一个内角为 _____, 它的一个外角为 _____.

9. 分解因式: $3ma^2 - 12mab + 12mb^2 =$ _____.

10. 如图, 一次函数 $y = kx - 4$ 的图像与反比例函数 $y = \frac{n}{x}$ 的图像交于 M, N 两点, 其中点 M 的坐标为 $(3, 2)$, 则 $k =$ _____, $n =$ _____.



第 10 题图



第 11 题图

11. 已知矩形 $ABCD$ 的边长 $AD = 10$, 点 A 与坐标原点 O 重合, 点 $B(-4, -3)$, 如图所示, 则点 D 的坐标为 _____.

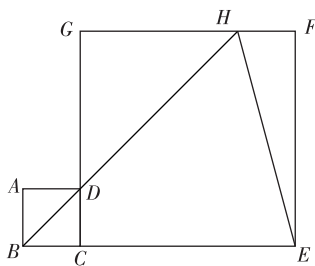
12. 已知二次函数 $y = (x - 4)^2 - 2$, 将此二次函数的图像向左平移 3 个单位, 再向上平移 4 个单位, 所得图像对应的二次函数解析式为 _____.

13. 某校九年级一班六名女生体育课“1 分钟跳绳”项目的成绩(单位: 下) 如下: 145, 140, 142, 140, 135, 138, 这组数据的中位数是 _____, 平均数是 _____.

14. 某城市要建设地铁, 在铺设某一段铁轨的任务中, 由甲、乙两个工程队共同完成, 甲工程队单独完成所需的天数比乙工程队单独完成所需的天数多 3 天. 甲、乙两个工程队共同铺设 3 天后, 乙工程队因有其他任务离开, 剩余的由甲工程队单独铺设 5 天完成了该项任务, 设甲工程队需要 x 天完成任务, 则可列方程为 _____.

15. 在一个半径 r 为 6 的扇形中, 若它的周长为 $12 + 4\pi$, 则该弧所对的弦长为 _____.

16. 如图, 已知正方形 $ABCD$ 和正方形 $CEFG$, 点 D 在 CG 上, 连接 BD 并延长交 GF 于 H , 连接 EH , 若 $DH = EH$, 则 $\angle BHE =$ _____.



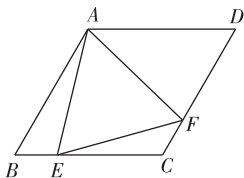
第 16 题图

三、解答题(本大题共 11 小题, 共 88 分, 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (6 分) 解二元一次方程组:
$$\begin{cases} x - 2y = 1, \\ 3x + 2y = 11. \end{cases}$$

18. (6 分) 先化简, 再求值: $\left(\frac{a^2 + 2a - 4}{a + 2} - 1\right) \div \frac{a^2 - 4}{a^2 + 4a + 4}$, 其中 $a = 2 + \sqrt{3}$.

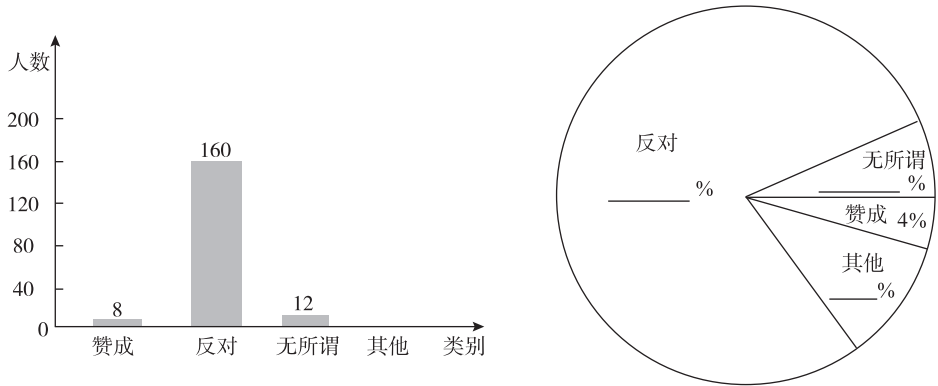
19. (8 分) 如图,在菱形 $ABCD$ 中, $\angle BCD = 120^\circ$,菱形 $ABCD$ 的面积为 32,点 E, F 分别在边 BC, CD 上,连接 EF ,且 $\angle EAF = 60^\circ$.
- (1) 求证: $CE = DF$;
- (2) 若点 E 是 BC 的中点,判断 EF 与 BD 的关系,并求 $\triangle AEF$ 的面积.



第 19 题图

20. (8 分) 有四张分别标有数字 1,2,3,4 的卡片,求下列事件的概率:
- (1) 将卡片洗匀后,任意抽取一张,抽到的卡片上的数字恰好是奇数;
- (2) 将卡片洗匀后,任意抽取两张,抽到的两张卡片上的数字都是偶数.

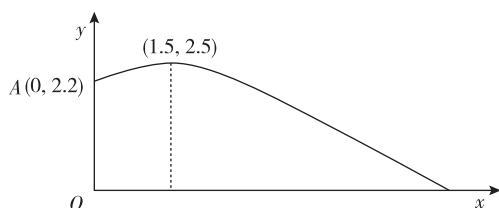
21. (9 分) 针对儿童选秀类节目,部分专家学者指出,喧闹的儿童选秀节目排名对孩子健康成长不利,无论是排名靠前或靠后,商业化操作的选秀都可能对孩子童真造成不可挽回的伤害. 记者随机调查了某一小学的若干名学生家长,从“赞成”“反对”“无所谓”“其他”四个方面对“儿童选秀”现象进行调查,将调查结果统计整理后,制成了如图所示的统计图. 根据统计图信息,请回答下列问题:



第 21 题图

- (1) 本次共随机调查了多少名学生家长；
- (2) 求扇形统计图中,对参与“儿童选秀”持“赞成”态度的学生家长人数所占圆心角的度数,并补全条形统计图和扇形统计图；
- (3) 如果该小学的在校学生有 5 000 人,估计该小学的学生家长(父母双方只选取一方意见)对参与“儿童选秀”持“赞成”态度的人数.

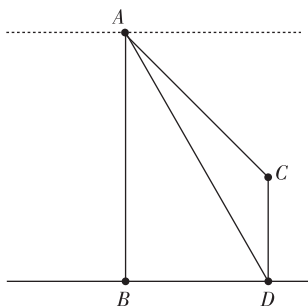
22. (8 分) 某中学的排球训练场地为长 18 m,宽 9 m 的长方形,场地中央的排球网高为 2.2 m. 假设某排球运动员在网前跳起来击球后,排球运动的轨迹是一条抛物线. 若该排球运动员跳起的击球高度为 2.2 m,排球水平方向离开运动员 1.5 m 时离地面最高为 2.5 m.



第 22 题图

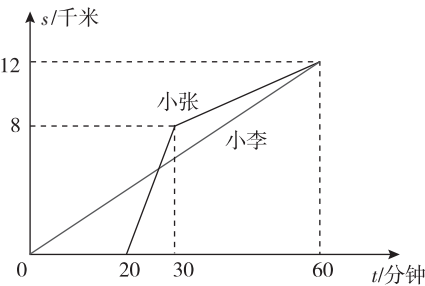
- (1) 建立如图所示的平面直角坐标系,使击球点 A 的坐标为 $(0, 2.2)$,排球到达最高点时的坐标为 $(1.5, 2.5)$,求排球的运动轨迹对应的函数关系式(不要求写取值范围);
- (2) 若该运动员站在网前 3.5 m 处起跳击球,球能否过网?请说明理由.

23. (8 分) 随着科技的发展,无人机现在已经有了更加广泛的应用,如图所示,一测绘机构利用无人机测量某电视塔的高度,某一时刻,无人机的空中高度 $AB = 500$ 米,无人机此时在 A 处测得电视塔顶端 C 和底端 D 的俯角分别为 45° 和 60° ,求电视塔的高度.



第 23 题图

24. (8 分) 五一期间, 小李和小张从同一地点沿同一路线分别骑自行车和自驾车去市科技馆参观, 路程 s (千米) 和时间 t (分钟) 之间的函数图像如图所示, 根据图像回答问题:

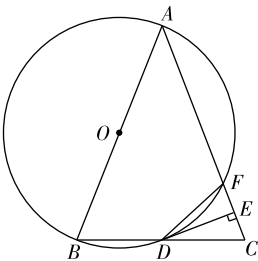


第 24 题图

- (1) 小李骑自行车出发后多长时间小张驾车出发?
- (2) 小张驾车出发后多长时间在途中赶上小李, 这时距离市科技馆还有多少千米?
- (3) 小李出发后多长时间两人之间的距离最大? 最大距离是多少千米?

25. (8 分) 如图, 以等腰 $\triangle ABC$ 的一腰 AB 为直径的圆交底边 BC 于点 D , 交另一腰 AC 于点 F , 连接 DF , 过点 D 作 $DE \perp AC$ 于点 E .

- (1) 求证: DE 为 $\odot O$ 的切线;
- (2) 若 $AB = 13, \sin B = \frac{12}{13}$, 求 AF 的长.



第 25 题图

26. (9 分) 如图 1, 抛物线 $y = mx^2 - 11mx + 24m (m < 0)$ 与 x 轴交于 B, C 两点 (点 B 在点 C 的左侧).

- (1) 若点 A 在抛物线上, 且 $OA = AC$, $\angle BAC = 90^\circ$, 求此时抛物线的解析式;
- (2) 如图 2, 在 (1) 的条件下, 点 M 始终位于抛物线上 A, C 两点之间, 过点 M 作垂直于 x 轴的直线 $l: x = n$, 交直线 AC 于点 N , 连接 AM, MC , 试探究: 当 n 为何值时, $\triangle AMC$ 的面积最大, 并求出这个最大值.

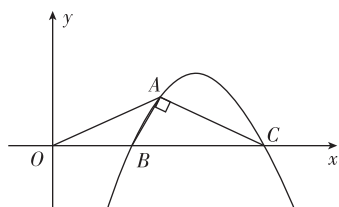


图1

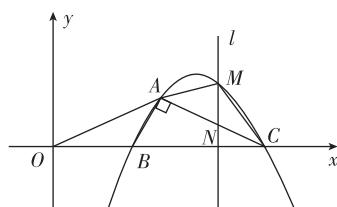


图2

第 26 题图

27. (10 分)

【问题提出】

学习了等腰三角形的性质和特殊四边形的性质和判定方法后, 书本上有这样一个习题, 要求证明等腰三角形底边上的一点到两腰的距离和为定值, 我们继续对“等腰三角形底边延长线上的一点到腰的距离与腰的关系”进行研究.

【初步思考】

我们不妨将问题用符号语言表示为: 已知如图, 在等腰三角形 ABC 中, $AB = AC$, 然后分点 D 在 BC 上, 点 D 在 BC 的延长线上, 点 D 在 CB 的延长线上三种情况进行探究.

【深入探究】

第一种情况:

- (1) 若点 D 是底边 BC 上的任意一点, $DE \perp AB$ 于点 E , $DF \perp AC$ 于点 F , 求证: $DE + DF$ 等于一腰上的高.

第二种情况:

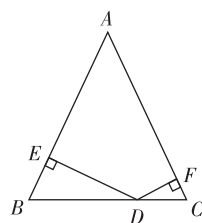
- (2) 若点 D 是底边 CB 延长线上的任意一点, $DE \perp AB$ 交 AB 的延长线于点 E , $DF \perp AC$ 于点 F , $DE + DF$ 还为定值吗? 如果不为定值, 探究 DE, DF 与等腰三角形一腰上的高的关系, 并证明你的结论;

第三种情况:

- (3) 若点 D 是底边 BC 延长线上的任意一点, $DE \perp AB$ 于点 E , $DF \perp AC$ 交 AC 的延长线于点 F , $DE + DF$ 还为定值吗? 如果不为定值, 探究 DE, DF 与等腰三角形一腰上的高的关系, 并证明你的结论.

【结论】

- (4) 根据你探究的结果, 你能归纳出等腰三角形的一个性质吗?



第 27 题图

数学试题答案(江苏卷)

1. 答案:B

解析:正数的绝对值是它本身,负数的绝对值是它的相反数,0 的相反数是 0.

2. 答案:D

解析:A 错误, $a^{3n} \cdot a^m \div a^{m+n} = a^{3n+m-(m+n)} = a^{3n+m-m-n} = a^{2n}$;B 错误,指数不同不是同类项,无法合并;C 错误, $(-a^{2m})^3 = -a^{6m}$. 答案选 D.

归纳总结:在进行有关幂的运算时,一定要先判断是幂的什么运算,然后用对应的法则进行计算:

- (1) 同底数幂相乘,底数不变,指数相加;
- (2) 同底数幂相除,底数不变,指数相减;
- (3) 幂的乘方,底数不变,指数相乘;
- (4) 积的乘方,等于每个因式分别乘方再把所得的幂相乘.

3. 答案:C

解析: $\because \sqrt{81} < \sqrt{89}$,
 $\therefore 9 < \sqrt{89}$.
 $\because 9.5^2 = 90.25 > 89$,
 $\therefore \sqrt{89} < \sqrt{90.25}$, 即 $\sqrt{89} < 9.5$,
 $\therefore 9 < \sqrt{89} < 9.5$. 答案选 C.

归纳总结:在估计开方开不尽的无理数的大小时,可采用区间逼近的方法,通常利用 1、4、9、16、25、36 等完全平方数,首先确定被开方数在哪两个完全平方数之间,然后再判断该无理数在哪两个数之间,从而解决问题.

4. 答案:C

解析:根据二次根式有意义的条件,可列出关于 x 的一元一次不等式,即 $2x-4 \geq 0$,求出 x 的取值范围为 $x \geq 2$. 答案选 C.

归纳总结:根据二次根式的被开方数是非负数列出不等式是解答此类题的关键.

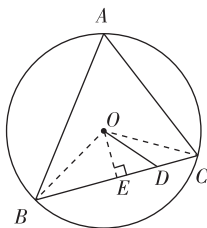
5. 答案:D

解析: $\sqrt{12} + \sqrt{\frac{1}{3}} - \sqrt{24} \times \sqrt{\frac{1}{2}} + \frac{1}{1-\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{3} - 2\sqrt{6} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1+\sqrt{3}}{1-3} = 2\sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{3} - 2\sqrt{3} - \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{3+\sqrt{3}}{6}$. 答案选 D.

归纳总结:实数的混合运算顺序与有理数的混合运算顺序一样,先乘方,再乘除,最后加减,有括号时先算括号里的(或先去掉括号).

6. 答案:B

解析:如图,连接 OB, OC , 过点 O 作 $OE \perp BC$ 于点 E .



第 6 题答图

$$\because BC = 4\sqrt{3}, \therefore BE = CE = 2\sqrt{3}.$$

$$\because CD = \sqrt{3}, \therefore DE = CE - CD = \sqrt{3}.$$

$$\because \angle A = 60^\circ, \therefore \angle BOC = 120^\circ.$$

$$\text{又 } \because OB = OC, \therefore \angle BOE = \angle COE = 60^\circ, \therefore \angle OCE = 30^\circ.$$

$$\text{在 Rt}\triangle COE \text{ 中, } OE = EC \cdot \tan 30^\circ = 2, \therefore \text{在 Rt}\triangle DOE \text{ 中, 由勾股定理得 } OD = \sqrt{OE^2 + DE^2} = \sqrt{2^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{7}. \text{ 答案选 B.}$$

归纳总结:在同圆或等圆中,两个圆心角、两条弧、两条弦中有一组量相等,它们所对应的其余各组量也相等,故在圆中常构造同弧或等弧所对的圆周角或圆心角的辅助线,在计算弦长时,通常作弦心距,利用勾股定理和垂径定理来求解.

7. 答案: 1.08×10^{21}

解析:1 立方千米 = 1 000 000 000 立方米,

$$\text{所以 } 1\,080\,000\,000\,000 \text{ 立方千米} = 1\,080\,000\,000\,000\,000\,000\,000 \text{ 立方米} = 1.08 \times 10^{21} \text{ 立方米.}$$

归纳总结:用 $a \times 10^n$ 表示较大的数时,其中 $1 \leq a < 10, n = \text{整数位数} - 1$. 注意前后单位的变化.

8. 答案: $144^\circ \quad 36^\circ$

解析:正十边形的每一个外角为 $\frac{360^\circ}{10} = 36^\circ$, 从而每一个内角为 $180^\circ - 36^\circ = 144^\circ$.

归纳总结:正 n 边形的每一个内角为 $\frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n}$, 每一个外角为 $\frac{360^\circ}{n}$.

9. 答案: $3m(a-2b)^2$

$$\text{解析: } 3ma^2 - 12mab + 12mb^2 = 3m(a^2 - 4ab + 4b^2) = 3m(a-2b)^2.$$

归纳总结:

(1) 提公因式的方法:当各项系数都是整数时,公因式的系数应取各项系数的最大公约数;字母取各项相同的字母,且各字母的指数取小的;取相同的多项式,且多项式的次数取最低的.

(2) 公式法的常用公式有:平方差公式: $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$;

完全平方公式: $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$ 或 $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$.

10. 答案: 2 6

解析:把点 M 的坐标 $(3, 2)$ 分别代入反比例函数和一次函数的解析式,得 $2 = \frac{n}{3}, 2 =$

$$3k - 4, \text{ 解得 } n = 6, k = 2.$$

11. 答案: (6, -8)

解析: 分别过点 B, D 作 $BE \perp x$ 轴、 $DF \perp x$ 轴于点 E, F .

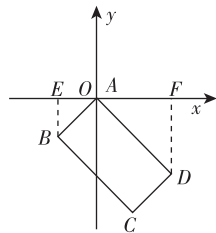
则 $BE = 3, AE = 4$, 由勾股定理得 $AB = 5$.

由于四边形 $ABCD$ 为矩形, 则 $\angle BAD = 90^\circ$, 故 $\angle BAE + \angle DAF = 90^\circ$. $\because \angle BAE + \angle ABE = 90^\circ, \therefore \angle DAF = \angle ABE$,

$\therefore \triangle DAF \sim \triangle ABE$, 故 $\frac{AD}{AB} = \frac{AF}{BE} = \frac{DF}{AE}$. 又 $BE = 3$,

$AE = 4, AB = 5, AD = 10, \therefore \frac{10}{5} = \frac{AF}{3} = \frac{DF}{4}$, 解得 $AF = 6$,

$DF = 8$. 由于点 D 在第四象限, 故 $D(6, -8)$.



第 11 题答图

12. 答案: $y = x^2 - 2x + 3$

解析: 二次函数 $y = (x - 4)^2 - 2$ 的图像的顶点坐标为 $(4, -2)$, 将点 $(4, -2)$ 向左平移 3 个单位, 再向上平移 4 个单位得到点 $(1, 2)$, 根据二次函数的顶点式得所求解析式为 $y = (x - 1)^2 + 2$, 即 $y = x^2 - 2x + 3$.

归纳总结: 求抛物线平移后对应函数解析式的一般方法是: 先把抛物线的解析式化为顶点式 $y = a(x - h)^2 + k (a \neq 0)$, 得到抛物线的顶点坐标为 (h, k) ; 再根据点的平移规律: 上加下减、左减右加, 得到平移后抛物线的顶点坐标, 即可求出平移后的抛物线解析式.

13. 答案: 140 下 140 下

解析: 将该组数据按从大到小的顺序排列为: 145, 142, 140, 140, 138, 135. 因为该组数据的个数是偶数, 所以中位数为 $(140 + 140) \div 2 = 140$ (下); 该组数据的平均数为 $\frac{145 + 142 + 140 + 140 + 138 + 135}{6} = 140$ (下).

归纳总结:

(1) 求中位数时, 要先把数据按从大到小或从小到大的顺序排列, 当数据个数为偶数时, 中位数取中间两数的平均数; 当数据个数为奇数时, 中位数取中间的那个数;

(2) 平均数是所有数据的和除以数据的总个数;

(3) 众数是一组数据中出现次数最多的数, 众数不止一个.

易错提醒: 注意在计算中位数时先排序; 另外要注意一组数据的众数不止一个.

14. 答案: $\frac{3+5}{x} + \frac{3}{x-3} = 1$

解析: 由甲单独完成需要 x 天, 得乙单独完成需要 $(x - 3)$ 天,

则甲、乙工程队的工作效率分别为 $\frac{1}{x}, \frac{1}{x-3}$.

可列方程为 $\frac{3+5}{x} + \frac{3}{x-3} = 1$.

归纳总结:

(1) 工程问题常用的等量关系: 工作效率 \times 工作时间 = 工作量;

(2) 列方程解应用题的关键在于找等量关系, 往往有几个等量关系就可以列几个方程; 有时也可以利用其中的一个等量关系列代数式, 用另外的等量关系列方程;

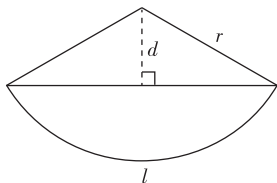
对于复杂问题还可以通过画图或列表等方法帮助理解.

15. 答案: $6\sqrt{3}$

解析: 设扇形的圆心角为 n° , 弦长为 a . 因为扇形的周长为 $2r + l = 12 + l = 12 + 4\pi$, 所以

$l = 4\pi = \frac{6n\pi}{180}$, 所以圆心角为 $n^\circ = 120^\circ$. 如图, 作弦心距 d , 则易得 $d = \frac{1}{2}r = 3$. 由

勾股定理得 $\left(\frac{1}{2}a\right)^2 = 6^2 - 3^2$, 解得 $a = 6\sqrt{3}$.



第 15 题答图

归纳总结: 扇形的周长 = 扇形的弧长 + 2 倍的半径; 扇形的弧长 $l = \frac{n\pi r}{180}$, 其中 n 为圆心角

的度数; 弦长 a 、半径 r 、圆心距 d 之间存在勾股关系: $r^2 = \left(\frac{1}{2}a\right)^2 + d^2$.

16. 答案: 60°

解析: 连接 DE, CF , 如图所示.

$\because BD, CF$ 均为正方形的对角线,

$\therefore \angle DBC = \angle FCE = 45^\circ$,

$\therefore BH \parallel CF$.

又 $\because HF \parallel BC$,

\therefore 四边形 $BCFH$ 是平行四边形,

$\therefore BC = FH$.

又 $\because CD = BC$,

$\therefore CD = FH$.

在 $\triangle DCE$ 和 $\triangle HFE$ 中,

$$\begin{cases} CD = FH, \\ \angle DCE = \angle HFE = 90^\circ, \\ CE = FE, \end{cases}$$

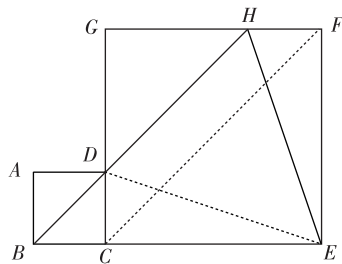
$\therefore \triangle DCE \cong \triangle HFE$ (SAS),

$\therefore DE = HE$.

又 $\because DH = EH, \therefore DE = EH = DH$,

$\therefore \triangle DEH$ 为等边三角形,

$\therefore \angle BHE = 60^\circ$.



第 16 题答图

归纳总结: 求角度的常见方法有:

- (1) 根据三角形内角和定理, 设未知数建立方程求解;
- (2) 构造特殊图形求角, 如构造等边三角形;

(3) 运用勾股定理的逆定理求角;

(4) 运用特殊三角函数值求角.

17. 解法一:
$$\begin{cases} x - 2y = 1, \cdots \cdots ① \\ 3x + 2y = 11, \cdots \cdots ② \end{cases}$$

① + ② 得 $4x = 12$, 解得 $x = 3$.

将 $x = 3$ 代入 ① 中, 得 $3 - 2y = 1$, 解得 $y = 1$.

所以此方程组的解为
$$\begin{cases} x = 3, \\ y = 1. \end{cases}$$

解法二:
$$\begin{cases} x - 2y = 1, \cdots \cdots ① \\ 3x + 2y = 11, \cdots \cdots ② \end{cases}$$

由 ① 得 $x = 2y + 1$. $\cdots \cdots ③$

将 ③ 代入 ②, 得 $3(2y + 1) + 2y = 11$, 即 $6y + 3 + 2y = 11$,

解得 $y = 1$.

将 $y = 1$ 代入 ③, 得 $x = 2 \times 1 + 1 = 3$.

所以此方程组的解为
$$\begin{cases} x = 3, \\ y = 1. \end{cases}$$

归纳总结: 解二元一次方程组的关键在于消元, 消元的目的是将二元化为一元, 消元的方法有两种: 代入消元法和加减消元法, 在解题中要根据实际情况选择消元方法.

18. 分析: 找出括号中的最简公分母, 通分后利用同分母分式的减法法则进行计算, 同时利用除以一个数等于乘以这个数的倒数, 将除法运算转化为乘法运算, 整理约分后得到最简结果, 然后将 a 的值代入化简后的式子中, 即可求出原式的值.

解: 原式 $= \left(\frac{a^2 + 2a - 4}{a + 2} - \frac{a + 2}{a + 2} \right) \times \frac{a^2 + 4a + 4}{a^2 - 4} = \frac{a^2 + a - 6}{a + 2} \times \frac{a^2 + 4a + 4}{a^2 - 4} =$
$$\frac{(a + 3)(a - 2)}{a + 2} \times \frac{(a + 2)^2}{(a + 2)(a - 2)} = a + 3.$$

因为 $a = 2 + \sqrt{3}$, 所以原式 $= 2 + \sqrt{3} + 3 = 5 + \sqrt{3}$.

19. 分析: (1) 连接 AC , 根据菱形的性质及 $\angle BCD = 120^\circ$, 易得 $\angle ABE = \angle ACF$, $AB = AC$, $\angle BAC = 60^\circ$. 由 $\angle EAF = \angle BAC = 60^\circ$, 可得 $\angle BAE = \angle CAF$. 利用“ASA”可以证出 $\triangle BAE \cong \triangle CAF$, 从而得 $BE = CF$, 即得 $CE = DF$.

(2) 由点 E 为 BC 的中点, 可得 $EC = CF = BE = DF$, 从而可得 EF 为 $\triangle BCD$ 的中位线. 由等边三角形三线合一, 可得 $AE \perp BC$, 从而可得 $\sin \angle ABC = \frac{AE}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 再

利用所有的等边三角形均相似及相似三角形的性质, 得到等边三角形 AEF 的面积.

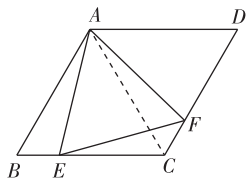
解: (1) 证明: 如图 1, 连接 AC .

\because 在菱形 $ABCD$ 中, $\angle BCD = 120^\circ$,

$\therefore \angle B = 60^\circ, \angle ACF = \angle ACB = 60^\circ$,

$\therefore \angle B = \angle ACF, AB = AC, \angle BAC = 60^\circ$.

又 $\because \angle EAF = 60^\circ$,



第 19 题答图 1

$\therefore \angle BAC = \angle EAF, \therefore \angle BAC - \angle EAC = \angle EAF - \angle EAC,$

即 $\angle BAE = \angle CAF,$

在 $\triangle BAE$ 和 $\triangle CAF$ 中,

$$\begin{cases} \angle BAE = \angle CAF, \\ AB = AC, \\ \angle B = \angle ACF, \end{cases}$$

$\therefore \triangle BAE \cong \triangle CAF (ASA). \therefore BE = CF.$

又易知 $BC = CD, \therefore BC - BE = CD - CF,$ 即 $CE = DF.$

(2) 如图 2, 连接 $AC, BD.$ 由(1)得 $CE = DF.$

$\because E$ 是 BC 的中点, $BC = CD, \therefore BE = DF = CE = CF,$

$\therefore E, F$ 分别为 BC, CD 的中点, $\therefore EF \parallel BD, EF = \frac{1}{2}BD.$

由(1)得 $\triangle BAE \cong \triangle CAF, \therefore AE = AF.$

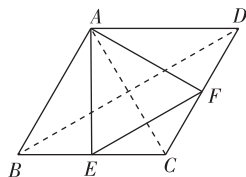
$\because \angle EAF = 60^\circ, \therefore \triangle AEF$ 是等边三角形.

由(1)得 $\angle BAC = \angle B = \angle BCA = 60^\circ, \therefore \triangle ABC$ 是等边三角形.

\because 点 E 是 BC 的中点, $\therefore AE \perp BC, \therefore \sin \angle ABC = \frac{AE}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$

$\because \triangle AEF, \triangle ABC$ 是等边三角形, $\therefore \triangle AEF \sim \triangle ABC, \therefore \frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{AE}{AB}\right)^2 = \frac{3}{4}.$

\because 菱形 $ABCD$ 的面积为 32, $\therefore S_{\triangle ABC} = 16, \therefore S_{\triangle AEF} = 12.$



第 19 题答图 2

20. 解:(1) 共 4 张卡片, 有两张卡片上的数字为奇数, 则任意抽取一张卡片, 数字恰好为奇数的概率为 $P = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}.$

(2) 共 4 张卡片, 任意抽取两张, 卡片上的数字有 $(1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4),$

$(3, 4),$ 共 6 种情况, 其中都是偶数的只有 $(2, 4)$ 一种情况, 所求概率为 $P = \frac{1}{6}.$

21. 分析:(1) 根据总人数 = “赞成”参与“儿童选秀”的人数 \div 相应家长所占的百分比, 便可计算出共调查的学生家长人数;

(2) ① 根据“扇形统计图中每个对象所占的圆心角 = $360^\circ \times$ 该对象所占的百分比”便可计算出持“赞成”态度的学生家长人数所占圆心角的度数;

② 根据条形统计图, “每个对象的人数之和 = 调查总人数”便可计算出持“其他”态度的人数, 再根据“每个对象的人数占总体的百分比 = $\frac{\text{每个对象的人数}}{\text{调查总人数}} \times 100\%$ ”,

计算每个对象的人数占总体的百分比; 然后根据 ①② 的结果补全扇形统计图和条形统计图;

(3) 根据样本估计总体的思想来估计该小学 5 000 名学生家长中对参与“儿童选秀”持“赞成”态度的人数.

解:(1) 由条形统计图可以看出持“赞成”态度的学生家长的人数为 8 人,

由扇形统计图可以看出持“赞成”态度的学生家长所占的百分比为 4%,

∴ 这次共调查的学生家长人数为 $8 \div 4\% = 200$ (人).

(2) ∵ 对参与“儿童选秀”现象持“赞成”态度的学生家长人数占调查总人数的 4%,

∴ 对参与“儿童选秀”现象持“赞成”态度的学生家长人数所占圆心角的度数为 $360^\circ \times 4\% = 14.4^\circ$.

由(1)得随机调查的学生家长人数为 200 人,持“赞成”态度的有 8 人,持“反对”态度的有 160 人,持“无所谓”态度的有 12 人,

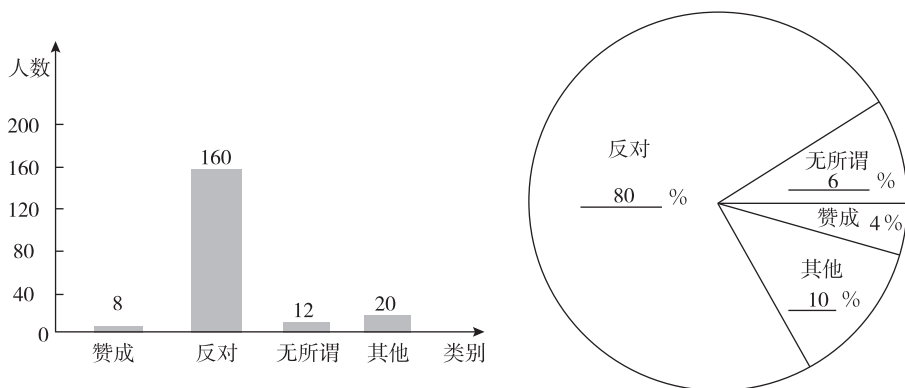
∴ 持“其他”态度的学生家长人数为 $200 - 8 - 160 - 12 = 20$ (人),

∴ 持“其他”态度的学生家长人数占调查总人数的 $\frac{20}{200} \times 100\% = 10\%$,

持“反对”态度的学生家长人数占调查总人数的 $\frac{160}{200} \times 100\% = 80\%$,

∴ 持“无所谓”态度的学生家长人数占调查总人数的 $1 - 10\% - 80\% - 4\% = 6\%$.

补全图形如图所示:



第 21 题答图

(3) ∵ 随机调查中持“赞成”态度的学生家长人数占调查总人数的 $\frac{8}{200} = \frac{1}{25}$,

∴ 该小学 5 000 名学生家长中,对小学生参与“儿童选秀”持“赞成”态度的学生家长人数大约有 $5\,000 \times \frac{1}{25} = 200$ (人).

归纳总结: (1) 条形统计图的功能: ① 显示每组的具体数据; ② 易于比较各组数据之间的差别; ③ 长方形的高度之比等于频数之比或等于频率之比.

(2) 扇形统计图的特点: 圆代表整体, 圆中的各扇形分别代表整体中的不同部分. 功能: ① 扇形大小反映部分占总体的百分比的大小; ② 易于显示各部分相对于总体的大小; ③ 扇形面积之比等于所对应的扇形圆心角度数之比.

22. 分析: (1) 根据击球点 A 的坐标为 (0, 2.2) 以及排球到达最高点的坐标为 (1.5, 2.5), 可用待定系数法确定排球的运动轨迹对应的函数关系式; (2) 当 $x = 3.5$ 时, 可求得对应的 y 值, 将此值与球网的高度比较, 即可判断球能否过网.

解: (1) 已知该排球运动员击球点 A 的坐标为 (0, 2.2) 以及排球到达最高点的坐标为 (1.5, 2.5), 且排球运动的轨迹是一条抛物线, 则可设排球的运动轨迹对应的

函数关系式为 $y = a(x - 1.5)^2 + 2.5 (a \neq 0)$.

\because 点 $A(0, 2.2)$ 在抛物线上,

$$\therefore 2.2 = a(0 - 1.5)^2 + 2.5, \text{ 解得 } a = -\frac{2}{15},$$

\therefore 排球的运动轨迹对应的函数关系式为 $y = -\frac{2}{15}(x - 1.5)^2 + 2.5$.

$$(2) \text{ 当 } x = 3.5 \text{ 时, } y = -\frac{2}{15}(3.5 - 1.5)^2 + 2.5 = \frac{59}{30} < 2.2,$$

\therefore 该运动员站在网前 3.5 m 处起跳击球, 球不能过网.

归纳总结: 当已知二次函数图像上三个点的坐标时, 一般利用一般式: $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 求解析式; 当已知二次函数图像的顶点坐标 (h, k) 或对称轴方程 $x = h$ 与函数最值 k 时, 一般利用顶点式: $y = a(x - h)^2 + k$ ($a \neq 0$) 求解析式; 当已知二次函数图像与 x 轴的两个交点的坐标分别为 $(x_1, 0), (x_2, 0)$ 时, 一般利用交点式: $y = a(x - x_1) \cdot (x - x_2)$ ($a \neq 0$) 求解析式.

23. **分析:** 过点 C 作 $CE \perp AB$ 于点 E , 设电视塔 CD 的高度为 x 米, 则 $AE = (500 - x)$ 米. 在 $\text{Rt}\triangle AEC$ 中, 易知 $EC = (500 - x)$ 米, 由矩形 $BDCE$ 知 $BD = EC = (500 - x)$ 米. 在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, 利用 $\tan \angle BAD = \frac{BD}{AB}$ 得到关于 x 的方程, 解方程即可得出 x 的值, 即电视塔的高度.

解: 如图, 过点 C 作 $CE \perp AB$, 垂足为 E ,

则四边形 $BDCE$ 为矩形, $\therefore BE = CD, CE = BD$.

$\because AF \perp AB, \angle FAC = 45^\circ, \angle FAD = 60^\circ,$

$\therefore \angle CAE = 45^\circ, \angle BAD = 30^\circ$.

设 CD 为 x 米, 则 $AE = (500 - x)$ 米.

在 $\text{Rt}\triangle AEC$ 中, $\angle CAE = 45^\circ, AE = (500 - x)$ 米,

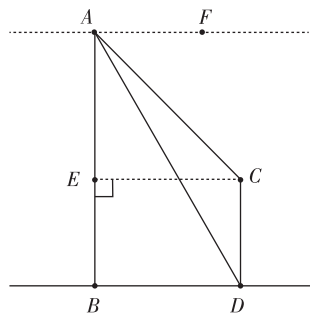
$\therefore CE = AE = (500 - x)$ 米,

$\therefore BD = CE = (500 - x)$ 米.

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, $\angle DAB = 30^\circ, BD = (500 - x)$ 米, $AB = 500$ 米,

$$\therefore \tan \angle DAB = \frac{BD}{AB} = \tan 30^\circ, \therefore \frac{500 - x}{500} = \frac{\sqrt{3}}{3}, \text{ 解得 } x = \frac{1\,500 - 500\sqrt{3}}{3},$$

\therefore 电视塔的高度为 $\frac{1\,500 - 500\sqrt{3}}{3}$ 米.



第 23 题答图

归纳总结: 在进行测量时, 从下向上看, 视线与水平线的夹角叫做仰角; 从上往下看, 视线与水平线的夹角叫做俯角. 仰角、俯角的问题一般与锐角三角函数、解直角三角形相联系, 找出待求的边长与已知边长之间的三角函数关系是解决此类问题的关键.

24. **分析:** (1) 由图像可知, 小李骑自行车出发后 20 分钟小张驾车出发;

(2) 小张驾车出发后不足 10 分钟就追上了小李, 先分别求出小李和小张行驶路程和时间的函数解析式, 再通过求交点坐标得到相遇时小李出发后的时间、行驶路

程,进而求出相遇时小张出发后的时间和此时距科技馆的路程;

(3) 由图像和两人相遇的时间确定何时两人间的距离最大,求出两人所行路程差即可.

解:(1) 由图像可知,小李骑自行车出发后 20 分钟,小张驾车出发.

(2) 设小李骑自行车的行驶路程与时间的函数解析式为 $s = kt$,由于函数图像过 $(60, 12)$ 点,所以 $12 = 60k$,得 $k = \frac{1}{5}$,所以 $s = \frac{1}{5}t$.

设前 8 千米小张自驾车的行驶路程与时间的函数解析式为 $s = at + b (20 \leq t \leq 30)$.
由于函数图像过 $(20, 0)$ 和 $(30, 8)$ 两点,

$$\text{所以 } \begin{cases} 0 = 20a + b, \\ 8 = 30a + b, \end{cases} \text{解得 } \begin{cases} a = \frac{4}{5}, \\ b = -16. \end{cases}$$

所以前 8 千米小张自驾车的行驶路程与时间的函数解析式为 $s = \frac{4}{5}t - 16 (20 \leq t \leq 30)$.

$$\text{将两个函数解析式联立,得 } \begin{cases} s = \frac{1}{5}t, \\ s = \frac{4}{5}t - 16, \end{cases} \text{解得 } \begin{cases} t = \frac{80}{3}, \\ s = \frac{16}{3}. \end{cases}$$

所以小张驾车出发 $\frac{80}{3} - 20 = \frac{20}{3}$ 分钟后追上小李,

此时距离科技馆还有 $12 - \frac{16}{3} = \frac{20}{3}$ 千米.

(3) 由函数图像可知,两人之间的最大距离可能出现在小李行驶 20 分钟或 30 分钟这两个时间点处.

当小李骑自行车出发后 20 分钟时,两人之间的距离为 $\frac{1}{5} \times 20 - 0 = 4$ 千米.

当小李骑自行车出发后 30 分钟时,小李骑自行车的行驶路程为 $\frac{1}{5} \times 30 = 6$ 千米,

此时小张驾车行驶的路程为 8 千米,故两人之间的距离为 $8 - 6 = 2$ 千米.

所以当小李出发后 20 分钟时,两人之间的距离最大,最大距离为 4 千米.

归纳总结:本题是以行程为背景的一次函数应用题,解决此问题要认真观察图像、理解图像所提供的信息,利用数形结合的思想,求出相应的函数解析式是解决本题的关键.

25. 解:(1) **证明:**如图,连接 AD, OD .

$\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径, $\therefore \angle ADB = 90^\circ$.

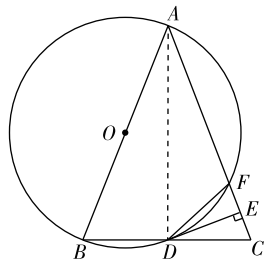
$\because AB = AC$, $\therefore D$ 为 BC 的中点.

又 O 是 AB 的中点, $\therefore OD \parallel AC$.

$\because DE \perp AC$, $\therefore DE \perp OD$, $\therefore DE$ 为 $\odot O$ 的切线.

(2) 在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, $AB = 13$, $\sin B = \frac{12}{13}$,

$\therefore AD = 12$, \therefore 由勾股定理,得 $BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = 5$,



第 25 题答图

$$\therefore CD = BD = 5.$$

$$\because AB = AC, \therefore \angle B = \angle C.$$

$$\text{又} \because \angle ADB = \angle DEC = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle ABD \sim \triangle DCE, \therefore \frac{CE}{BD} = \frac{CD}{AB}, \text{即} \frac{CE}{5} = \frac{5}{13}, \text{解得} CE = \frac{25}{13}.$$

$$\because \angle DFC + \angle AFD = 180^\circ, \angle B + \angle AFD = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle B = \angle DFC, \therefore \angle DFC = \angle C, \therefore DF = DC.$$

$$\text{又} DE \perp CF, \therefore CF = 2CE = \frac{50}{13},$$

$$\therefore AF = AC - CF = 13 - \frac{50}{13} = \frac{119}{13}.$$

归纳总结:

- (1) 圆的切线的判定方法有:① 直线与圆有唯一公共点;② 若已知直线与圆有公共点,则连接圆心和公共点,得到半径,再证明这条半径与直线垂直,简称“作半径,证垂直”;③ 若题意没有说明直线与圆有公共点,那么过圆心作该直线的垂线段,再证明垂线段的长等于半径,简称“作垂直,证相等”.
- (2) 圆常与相似三角形、勾股定理、锐角三角函数等综合,证明角或线段相等以及求值问题,因此遇到该类问题,要多注意探究图形里面所蕴含的相似三角形与直角三角形.

26. 解:(1) 如图,过 A 作 $AE \perp OC$ 于点 E.

$$\text{令 } y = 0, \text{得 } mx^2 - 11mx + 24m = 0,$$

$$\text{又 } m < 0, \text{所以 } x^2 - 11x + 24 = 0,$$

$$\text{即 } (x-3)(x-8) = 0,$$

$$\text{解得 } x_1 = 3, x_2 = 8.$$

$$\text{又点 } B \text{ 在点 } C \text{ 的左侧,所以 } B(3,0), C(8,0).$$

$$\text{因为 } OA = AC, \text{点 } C \text{ 的坐标为 } (8,0),$$

$$\text{所以 } OE = EC = \frac{1}{2}OC = 4,$$

$$\text{又点 } B(3,0), \text{所以 } BE = 4 - 3 = 1.$$

$$\text{因为在 } \text{Rt}\triangle ABC \text{ 中, } \angle BAC = 90^\circ, AE \perp BC,$$

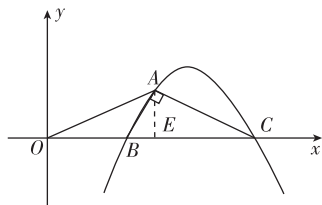
$$\text{所以易知 } \triangle ACE \sim \triangle BAE, \text{所以 } \frac{AE}{BE} = \frac{CE}{AE},$$

$$\text{所以 } AE^2 = BE \cdot CE = 1 \times 4 = 4, \text{所以 } AE = 2, \text{所以点 } A(4,2).$$

$$\text{把点 } A(4,2) \text{ 代入抛物线 } y = mx^2 - 11mx + 24m \text{ 中,得 } m = -\frac{1}{2},$$

$$\text{所以抛物线的解析式为 } y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{11}{2}x - 12.$$

(2) 因为直线 $l: x = n$ 与抛物线交于点 M,



第 26 题答图

所以点 M 的坐标为 $\left(n, -\frac{1}{2}n^2 + \frac{11}{2}n - 12\right)$,

由(1)可知 $A(4, 2), C(8, 0)$.

设直线 AC 的解析式为 $y = kx + b$,

$$\text{所以有} \begin{cases} 4k + b = 2, \\ 8k + b = 0, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} k = -\frac{1}{2}, \\ b = 4, \end{cases}$$

所以直线 AC 的解析式为 $y = -\frac{1}{2}x + 4$,

所以 $N\left(n, -\frac{1}{2}n + 4\right)$,

$$\text{所以 } MN = -\frac{1}{2}n^2 + \frac{11}{2}n - 12 - \left(-\frac{1}{2}n + 4\right) = -\frac{1}{2}n^2 + 6n - 16,$$

$$\text{所以 } S_{\triangle AMC} = S_{\triangle AMN} + S_{\triangle CMN} = \frac{1}{2}MN \cdot (x_A + x_C) = \frac{1}{2} \times 4 \cdot MN = 2\left(-\frac{1}{2}n^2 + 6n - 16\right) = -(n-6)^2 + 4,$$

所以当 $n = 6$ 时, $\triangle AMC$ 的面积最大, 最大面积是 4.

27. 解: (1) 证法一: 如图 1, 过点 B 作 $BG \perp AC$ 于点 G , 过点 D 作 $DH \perp BG$ 于点 H , 则四边形 $DFGH$ 为矩形, $\therefore DF = HG, DH \parallel AC, \therefore \angle ACB = \angle BDH$.

$\because AB = AC, \therefore \angle ACB = \angle ABC, \therefore \angle EBD = \angle HDB$.

在 $\triangle BDH$ 和 $\triangle DBE$ 中,

$$\begin{cases} \angle EBD = \angle HDB, \\ \angle BED = \angle DHB = 90^\circ, \\ BD = DB, \end{cases}$$

$\therefore \triangle BDH \cong \triangle DBE$ (AAS),

$\therefore BH = DE$.

$\because BG = BH + HG$,

$\therefore DE + DF = BH + HG = BG$,

即 $DE + DF$ 为定值, 这个定值等于腰 AC 上的高 BG .

证法二: 如图 2, 过点 B 作 $BG \perp AC$ 于点 G , 连接 AD .

$$\because S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2}AB \cdot AC, S_{\triangle ADB} = \frac{1}{2}AB \cdot DE, S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AC \cdot BG,$$

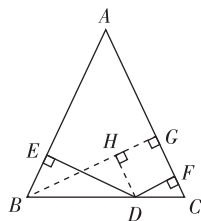
$$S_{\triangle ADB} + S_{\triangle ADC} = S_{\triangle ABC},$$

$$\therefore \frac{1}{2}AB \cdot DE + \frac{1}{2}AC \cdot DF = \frac{1}{2}AC \cdot BG.$$

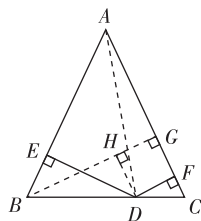
$\because AB = AC, \therefore DE + DF = BG$.

$\because BG$ 是等腰三角形一条腰上的高, 是定值,

$\therefore DE + DF$ 为定值, 这个定值等于腰 AC 上的高 BG .



第 27 题答图 1



第 27 题答图 2

(2) $DE + DF$ 不为定值, $DF - DE$ 为定值, 它等于等腰三角形一腰上的高.

证明: 如图 3, 过点 B 作 $BG \perp AC$ 于点 G , 作 $BH \perp DF$ 于点 H , 则四边形 $BGFH$ 为矩形,

$$\therefore BG = HF, BH \parallel AC, \therefore \angle ACB = \angle HBD.$$

$$\because AB = AC, \therefore \angle ACB = \angle ABC.$$

$$\therefore \angle EBD = \angle ABC,$$

$$\therefore \angle EBD = \angle HBD.$$

在 $\triangle BDE$ 和 $\triangle BDH$ 中,

$$\begin{cases} \angle EBD = \angle HBD, \\ \angle BED = \angle BHD = 90^\circ, \\ BD = BD, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BDE \cong \triangle BDH (\text{AAS}),$$

$$\therefore DH = DE,$$

$$\therefore DF - DE = DF - DH = HF = BG.$$

即 $DF - DE$ 为定值, 这个定值等于腰 AC 上的高 BG .

(3) $DE + DF$ 不为定值, $DE - DF$ 为定值, 它等于等腰三角形一腰上的高.

证明: 如图 4, 过点 C 作 $CG \perp AB$ 于点 G , 作 $CH \perp DE$ 于点 H , 则四边形 $CHGE$ 为矩形,

$$\therefore CG = HE, CH \parallel AB, \therefore \angle ABC = \angle HCD.$$

$$\because AB = AC, \therefore \angle ACB = \angle ABC.$$

$$\therefore \angle FCD = \angle ACB,$$

$$\therefore \angle FCD = \angle HCD.$$

\therefore 在 $\triangle CDF$ 和 $\triangle CDH$ 中,

$$\begin{cases} \angle FCD = \angle HCD, \\ \angle CFD = \angle CHD = 90^\circ, \\ CD = CD, \end{cases}$$

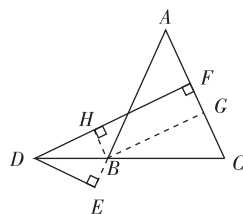
$$\therefore \triangle CDF \cong \triangle CDH (\text{AAS}),$$

$$\therefore DH = DF,$$

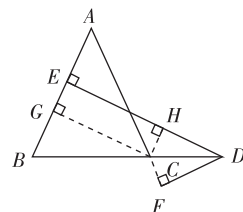
$$\therefore DE - DF = DE - DH = EH = CG.$$

即 $DE - DF$ 为定值, 这个定值等于腰 AB 上的高 CG .

(4) 根据以上三种情况结合, 得到等腰三角形的一个性质: 等腰三角形底边上一点到两腰的距离和等于一腰上的高, 等腰三角形底边延长线上一点到两腰的距离差的绝对值等于一腰上的高.



第 27 题答图 3



第 27 题答图 4